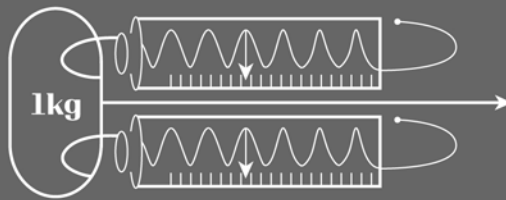


## ☀ 3강 ☀

# 동역학



레니: “물체가 왜 움직이지, 조지?”

조지: “힘 때문이지, 레니.”

레니: “물체는 왜 운동을 멈추지, 조지?”

조지: “힘 때문이지, 레니.”

**연습 문제 1:** 주어진 힘이  $F=2t^2$ 으로 시간에 따라 변하고, 초기 조건은  $t=0$ 일 때  $x(0)=\pi$ 이다. 아리스토텔레스의 법칙을 이용해 임의의 시간에서의  $x(t)$ 를 구해라.

**해답:** 아리스토텔레스의 법칙에 따르면 질량이  $m$ 인 물체의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$F = mv.$$

따라서 위치  $x(t)$ 는 속도  $v(t) = \frac{F(t)}{m}$ 를 한 번 적분한 것과 같다.

$$x(t) = \int v(t)dt = \int \frac{F(t)}{m} dt = \int \frac{2t^2}{m} dt = \frac{2}{m} \times \frac{1}{3} t^3 + c = \frac{2}{3m} t^3 + c.$$

이때 적분 상수  $c = x(0) = \pi$ 이므로

$$x(t) = \frac{2}{3m} t^3 + \pi$$

이다.

**연습 문제 2:** 이 방정식을 적분하라.  $\dot{v}_z = \frac{F_z}{m}$ . ( $F_z$ 는 상수)

**해답:**  $v(t) = \int \dot{v}_z(t) dt = \int \frac{F_z}{m} dt = \frac{F_z}{m} t + v_z(0)$ . ( $v_z(0)$ 는 적분 상수이자 초기 속도)

**연습 문제 3:** 이 식을 미분해서 운동 방정식을 만족함을 보여라.

$$z(t) = z_0 + v_z(0)t + \frac{F_z}{2m}t^2.$$

**해답:**

$$v_z(t) = \dot{z}(t) = \frac{d}{dt}(z_0 + v_z(0)t + \frac{F_z}{2m}t^2) = v_z(0) + \frac{F_z}{m}t$$

$$a_z(t) = \dot{v}_z(t) = \frac{d}{dt}(v_z(0) + \frac{F_z}{m}t) = \frac{F_z}{m}.$$

$$\therefore F_z = ma_z.$$

**연습 문제 4:** 식(6)에 대한 일반적인 풀이는 두 상수  $A, B$ 를 써서  $x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ 로 주어진다는 것을 미분을 써서 보여라. 그리고  $A$ 와  $B$ 를 써서 시간  $t=0$ 에서의 초기 위치와 속도를 정하라.

**해답:** 식 (6):  $\ddot{x} = -\omega^2 x$

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A \cos \omega t + B \sin \omega t) = -A\omega \sin \omega t + B\omega \cos \omega t$$

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{d}{dt}(-A\omega \sin \omega t + B\omega \cos \omega t) = -A\omega^2 \cos \omega t - B\omega^2 \sin \omega t \\ &= -\omega^2(A \cos \omega t + B \sin \omega t) = -\omega^2 x. \end{aligned}$$

한편 초기 위치  $x(0)$ 와 초기 속도  $\dot{x}(0)$ 는 다음과 같다.

$$x(0) = A \cos 0 + B \sin 0 = A$$

$$\dot{x}(0) = -A\omega \sin 0 + B\omega \cos 0 = B\omega.$$