제 2 교시

수학 영역 (나형)

5지선다형

1. 24×2^{-3} 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{n \to \infty} \frac{2n^2 - 6}{n^2 + n}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(12, \frac{1}{3}\right)$을 따를 때, $\mathrm{E}(X)$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$의 두 부분집합

$$A = \{4, 5, 6, 7, 8\},\ B = \{1, 3, 4, 7, 8, 9\}$$

에 대하여 집합 $A^C \cap B$의 모든 원소의 합은? [3점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

5. 실수 x에 대한 두 조건

$$p : k \le x \le k+3,$$
$$q : (x-3)(x-10) \le 0$$

에 대하여 p가 q이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수 k의 최댓값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

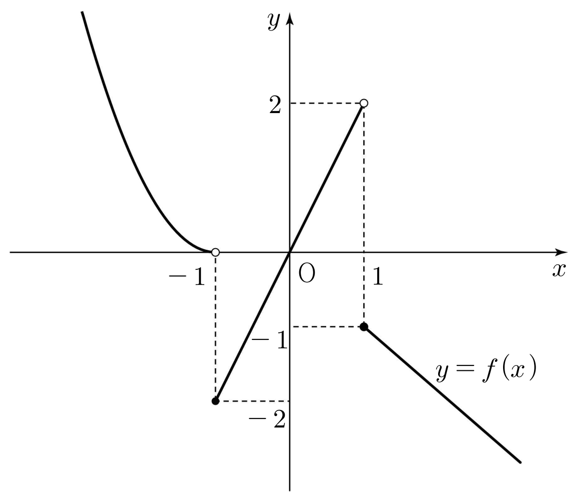
6. 두 사건 A와 B는 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A^C) = \frac{2}{3},\ \mathrm{P}(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

7. 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to -1-} f(x) + \lim_{x \to 1+} f(x)$의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^3-ax+2 & (x \le 2) \\ 5x-2a & (x>2) \end{cases}$$

가 $x=2$에서 미분가능할 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 함수 $y=-\sqrt{x+3}+a$가 닫힌 구간 $[-2,\ 6]$에서 최댓값 1, 최솟값 m을 갖는다. 두 상수 a, m의 곱 am의 값은? [3점]

① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

10. 어느 역사 동아리 1, 2학년 학생 32명을 대상으로 박물관 A와 박물관 B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 박물관 A와 박물관 B 중 하나를 선택하였고, 각 학생이 선택한 박물관별 인원수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	1학년	2학년	합계
박물관 A	9	15	24
박물관 B	6	2	8
합계	15	17	32

이 조사에 참여한 역사 동아리 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 박물관 A를 선택한 학생일 때, 이 학생이 1학년 학생일 확률은? [3점]

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{11}{24}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{13}{24}$

11. 다항함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

$$f'(x) = 3x^2 - 2x + 7$$

이다. $f(1) = 0$일 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

12. n이 자연수일 때, x에 대한 다항식 $x^3 + (1-n)x^2 + n$을 $x - n$으로 나눈 나머지를 a_n이라 하자.

$\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{a_n}$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{8}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{9}{10}$ ④ $\frac{10}{11}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

13. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 2$, $a_2 = 3$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} - a_{n+1} + 2a_n = 5$$

를 만족시킨다. a_6 의 값은? [3점]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

14. 원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q 의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 속도가 각각 $3t^2 + 6t - 6$, $10t - 6$ 이다. 두 점 P, Q 가 출발 후 $t = a$ 에서 다시 만날 때, 상수 a 의 값은? [4점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

15. 한 개의 주사위를 세 번 던져 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 하자. $a+b+c=14$를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수는? [4점]

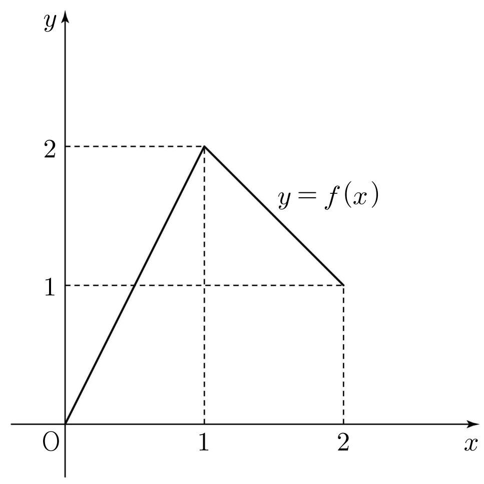
① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

16. 닫힌 구간 $[0, 2]$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2x & (0 \le x < 1) \\ -x+3 & (1 \le x \le 2) \end{cases}$$

에 대하여 합성함수 $y=(f \circ f)(x)$의 그래프와 직선 $y=\frac{1}{2}x+1$의 교점의 개수는? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



17. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(2)=f(5)$
> (나) 방정식 $f(x)-p=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되게 하는 실수 p의 최댓값은 $f(2)$이다.

$\int_0^2 f(x)dx$의 값은? [4점]

① 25 ② 28 ③ 31 ④ 34 ⑤ 37

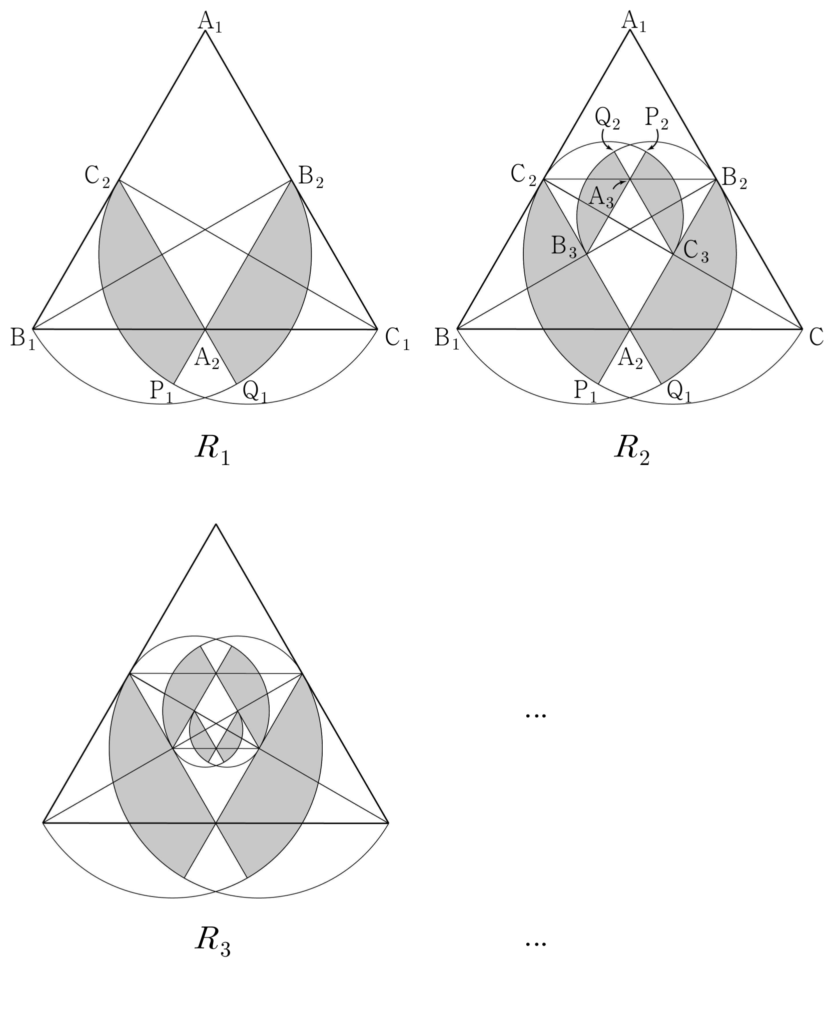
18. 서로 같은 흰 공 4개와 서로 같은 검은 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 공을 한 개씩 모두 꺼낼 때, 꺼낸 순서대로 1부터 7까지의 번호를 부여한다. 4개의 흰 공에 부여된 번호 중 두 번째로 작은 번호를 확률변수 X라 할 때, 다음은 $\mathrm{E}(X)$를 구하는 과정이다.

> 공에 번호를 부여하는 모든 경우의 수를 N이라 하면
> N은 서로 같은 흰 공 4개와 서로 같은 검은 공 3개를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $N=$ $\boxed{(가)}$ 이고,
> 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 2, 3, 4, 5이다.
> (i) $X=2$일 때,
> 번호 2가 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1개,
> 번호 2가 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2개와 검은 공 3개를
> 나열하는 경우의 수는 $1\times\dfrac{5!}{2!\times3!}$이므로
> $\mathrm{P}(X=2)=\dfrac{10}{N}$
> (ii) $X=3$일 때,
> 번호 3이 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1개와 검은 공 1개,
> 번호 3이 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2개와 검은 공 2개를
> 나열하는 경우의 수는 $2!\times\dfrac{4!}{2!\times2!}$이므로
> $\mathrm{P}(X=3)=\dfrac{12}{N}$
> (iii) $X=4$일 때,
> 번호 4가 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1개와 검은 공 2개,
> 번호 4가 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2개와 검은 공 1개를
> 나열하는 경우의 수는 $\boxed{(나)}$ 이므로
> $\mathrm{P}(X=4)=\dfrac{\boxed{(나)}}{N}$
> (iv) $X=5$일 때,
> 확률질량함수의 성질에 의하여
> $\mathrm{P}(X=5)=1-\{\mathrm{P}(X=2)+\mathrm{P}(X=3)+\mathrm{P}(X=4)\}$
> 따라서 $\mathrm{E}(X)=\sum_{k=2}^{5}\{k\times\mathrm{P}(X=k)\}=$ $\boxed{(다)}$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c라 할 때, $a+b+5c$의 값은? [4점]

① 56 ② 58 ③ 60 ④ 62 ⑤ 64

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 4 인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 세 선분 B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 의 중점을 각각 A_2, B_2, C_2 라 하자. 선분 C_1C_2 를 지름으로 하는 반원의 호와 선분 B_2A_2 의 연장선이 만나는 점을 P_1, 선분 B_1B_2 를 지름으로 하는 반원의 호와 선분 C_2A_2 의 연장선이 만나는 점을 Q_1 이라 하자.
두 선분 C_2A_2, A_2P_1 과 호 P_1C_2 로 둘러싸인 영역과 두 선분 B_2A_2, A_2Q_1 과 호 Q_1B_2 로 둘러싸인 영역에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
그림 R_1 에서 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 세 변 B_2C_2, C_2A_2, A_2B_2 의 중점을 각각 A_3, B_3, C_3 이라 하자. 선분 C_2C_3 을 지름으로 하는 반원의 호와 선분 B_3A_3 의 연장선이 만나는 점을 P_2, 선분 B_2B_3 을 지름으로 하는 반원의 호와 선분 C_3A_3 의 연장선이 만나는 점을 Q_2 라 하자. 두 선분 C_3A_3, A_3P_2 와 호 P_2C_3 으로 둘러싸인 영역과 두 선분 B_3A_3, A_3Q_2 와 호 Q_2B_3 으로 둘러싸인 영역에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



R_1 R_2

R_3

① $\frac{6\pi-4\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{6\pi-2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{6\pi-\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{8\pi-4\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{8\pi-2\sqrt{3}}{3}$

20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f'(-x)=-f'(x)$$

를 만족시킨다. $f'(1)=0$, $f(1)=2$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f'(-1)=0$

ㄴ. 모든 실수 k에 대하여 $\int_{-k}^{0} f(x)dx=\int_{0}^{k} f(x)dx$

ㄷ. $0<t<1$인 모든 실수 t에 대하여 $\int_{-t}^{t} f(x)dx<6t$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수

$$f(x)=(x-1)|x-a|$$

의 극댓값이 1일 때, $\int_0^4 f(x)dx$의 값은?
(단, a는 상수이다.) [4점]

① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{11}{6}$ ⑤ 2

단답형

22. $\log_6 3+\log_6 12$의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)=2x^3-3x+1$에 대하여 $f'(2)$의 값을 구하시오. [3점]

24. $(2x-1)^6$의 전개식에서 x^2의 계수를 구하시오. [3점]

25. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$a_2 = 7, \quad S_7 - S_5 = 50$$

일 때, a_{11}의 값을 구하시오. [3점]

26. 서로 같은 8개의 공을 남김없이 서로 다른 4개의 상자에 넣으려고 할 때, 빈 상자의 개수가 1이 되도록 넣는 경우의 수를 구하시오. [4점]

27. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=2$인 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-x^2}{x-1}=-2$$

를 만족시킨다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(3, f(3))$에서의 접선의 기울기를 구하시오. [4점]

28. 확률변수 X는 평균이 m, 표준편차가 8인 정규분포를 따르고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\mathrm{P}(X\le k)+\mathrm{P}(X\le 100+k)=1$
(나) $\mathrm{P}(X\ge 2k)=0.0668$

m의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오.
(단, k는 상수이다.) [4점]

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

29. 전체집합 $U=\{2,\ 2^2,\ 2^3,\ 2^4,\ 2^5,\ 2^6\}$의 서로 다른 부분집합을 $A_i\,(i=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 64)$라 하자. $n(A_i)\ge 3$을 만족시키는 모든 집합 A_i에 대하여 각 집합의 가장 작은 원소를 모두 더한 값을 구하시오.
(단, $n(A)$는 집합 A의 원소의 개수이다.) [4점]

30. 함수 $f(x)=x^3-12x$와 실수 t에 대하여 점 $(a, f(a))$를 지나고 기울기가 t인 직선이 함수 $y=|f(x)|$의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(t)$가 $t=k$에서 불연속이 되는 k의 값 중에서 가장 작은 값은 0이다.

$\sum_{n=1}^{36} g(n)$의 값을 구하시오. [4점]

＊ 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.