

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (1, 0)$, $\vec{b} = (1, 1)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + 2\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - e^{4x}}{2x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 좌표공간의 두 점 $A(a, 4, -9)$, $B(1, 0, -3)$ 에 대하여 선분 AB를 3:1로 외분하는 점이 y 축 위에 있을 때, a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 다음 조건을 만족시키는 두 자리의 자연수의 개수는? [3점]

(가) 2의 배수이다.
(나) 십의 자리의 수는 6의 약수이다.

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

2

수학 영역(가형)

5. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{2}{5}, \quad P(B^C) = \frac{3}{10}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

일 때, $P(A^C | B^C)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

6. 곡선 $\pi x = \cos y + x \sin y$ 위의 점 $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $1 - \frac{5}{2}\pi$ ② $1 - 2\pi$ ③ $1 - \frac{3}{2}\pi$
④ $1 - \pi$ ⑤ $1 - \frac{\pi}{2}$

7. 다항식 $(2+x)^4(1+3x)^3$ 의 전개식에서 x 의 계수는? [3점]

- ① 174 ② 176 ③ 178 ④ 180 ⑤ 182

8. 함수 $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(e+h) - f(e-2h)}{h}$ 의 값은?
[3점]

- ① $-\frac{2}{e}$ ② $-\frac{3}{e^2}$ ③ $-\frac{1}{e}$ ④ $-\frac{2}{e^2}$ ⑤ $-\frac{3}{e^3}$

10. 1부터 7까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 3개의 수를 선택한다. 선택된 3개의 수의 곱을 a , 선택되지 않은 4개의 수의 곱을 b 라 할 때, a 와 b 가 모두 짝수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{9}{14}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{11}{14}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

9. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ 일 때, $\csc(\pi + \theta)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{5}{4}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

11. 함수 $f(x) = (x^2 - 3)e^{-x}$ 의 극댓값과 극솟값을 각각 a, b 라 할 때, $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① $-12e^2$ ② $-12e$ ③ $-\frac{12}{e}$ ④ $-\frac{12}{e^2}$ ⑤ $-\frac{12}{e^3}$

12. 확률변수 X 가 평균이 m , 표준편차가 $\frac{m}{3}$ 인 정규분포를 따르고

$$P\left(X \leq \frac{9}{2}\right) = 0.9987$$

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938
3.0	0.4987

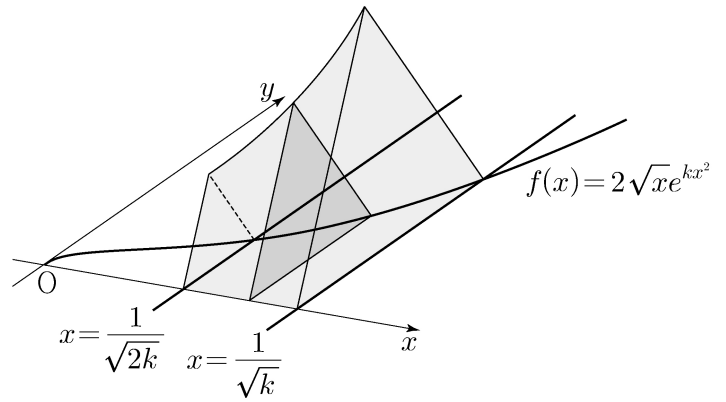
일 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 m 의 값을 구한 것은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

13. 양수 k 에 대하여 두 곡선 $y = ke^x + 1$, $y = x^2 - 3x + 4$ 가 점 P에서 만나고, 점 P에서 두 곡선에 접하는 두 직선이 서로 수직일 때, k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{e^2}$ ③ $\frac{2}{e^2}$ ④ $\frac{2}{e^3}$ ⑤ $\frac{3}{e^3}$

14. 그림과 같이 양수 k 에 대하여 함수 $f(x) = 2\sqrt{x}e^{kx^2}$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x = \frac{1}{\sqrt{2k}}$, $x = \frac{1}{\sqrt{k}}$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형인 입체도형의 부피가 $\sqrt{3}(e^2 - e)$ 일 때, k 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

6

수학 영역(가형)

15. 함수 $y=e^x$ 의 그래프 위의 x 좌표가 양수인 점 A와 함수 $y=-\ln x$ 의 그래프 위의 점 B가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{OA}=2\overline{OB}$
 (나) $\angle AOB=90^\circ$

직선 OA의 기울기는? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ① e ② $\frac{3}{\ln 3}$ ③ $\frac{2}{\ln 2}$ ④ $\frac{5}{\ln 5}$ ⑤ $\frac{e^2}{2}$

16. 좌표공간에 네 점 $A(3, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$, $C(0, 2, 1)$,

$D\left(0, -\frac{5}{2}, -2\right)$ 가 있다. 선분 CD를 2:1로 내분하는 점을 E라 할 때, 선분 AE의 평면 ABC 위로의 정사영의 길이는? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{6}}{6}$

17. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)g(x) = x^4 - 1$ 이다.

(나) $\int_{-1}^1 \{f(x)\}^2 g'(x) dx = 120$

$\int_{-1}^1 x^3 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

18. 빨간색 공 6개, 파란색 공 3개, 노란색 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내는 시행을 하여, 다음 규칙에 따라 세 사람 A, B, C가 점수를 얻는다. (단, 한 번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.)

- 빨간색 공이 나오면 A는 3점, B는 1점, C는 1점을 얻는다.
- 파란색 공이 나오면 A는 2점, B는 6점, C는 2점을 얻는다.
- 노란색 공이 나오면 A는 2점, B는 2점, C는 6점을 얻는다.

이 시행을 계속하여 얻은 점수의 합이 처음으로 24점 이상인 사람이 나오면 시행을 멈춘다. 다음은 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐일 확률을 구하는 과정이다.

꺼낸 빨간색 공의 개수를 x , 파란색 공의 개수를 y , 노란색 공의 개수를 z 라 할 때, 얻은 점수의 합이 24점 이상인 사람이 A뿐이기 위해서는 x, y, z 가 다음 조건을 만족시켜야 한다.

$$x = 6, 0 < y < 3, 0 < z < 3, y + z \geq 3$$

이 조건을 만족시키는 순서쌍 (x, y, z) 는

$$(6, 1, 2), (6, 2, 1), (6, 2, 2)$$

이다.

(i) $(x, y, z) = (6, 1, 2)$ 인 경우의 확률은 (가)이다.

(ii) $(x, y, z) = (6, 2, 1)$ 인 경우의 확률은 (가)이다.

(iii) $(x, y, z) = (6, 2, 2)$ 인 경우는 10번째 시행에서

빨간색 공이 나와야 하므로 그 확률은 (나)이다.

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 확률은

$$2 \times \text{(가)} + \text{(나)}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $p+q$ 의 값은? [4점]

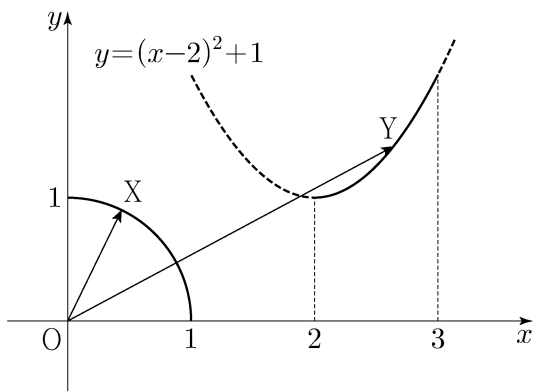
- ① $\frac{13}{110}$ ② $\frac{27}{220}$ ③ $\frac{7}{55}$ ④ $\frac{29}{220}$ ⑤ $\frac{3}{22}$

19. 좌표평면 위에 두 점 $A(1, 0)$, $B(0, 1)$ 이 있다. 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB 의 호 AB 위를 움직이는 점 X 와 함수 $y=(x-2)^2+1$ ($2 \leq x \leq 3$)의 그래프 위를 움직이는 점 Y 에 대하여

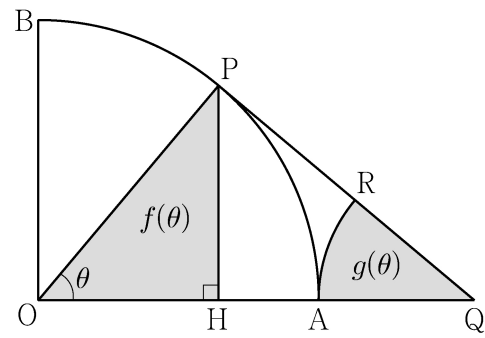
$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OY} - \overrightarrow{OX}$$

를 만족시키는 점 P 가 나타내는 영역을 R 라 하자. 점 O 로부터 영역 R 에 있는 점까지의 거리의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, M^2+m^2 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $16-2\sqrt{5}$ ② $16-\sqrt{5}$ ③ 16
- ④ $16+\sqrt{5}$ ⑤ $16+2\sqrt{5}$



20. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 호 AB 위의 점 P 에서 선분 OA 에 내린 수선의 발을 H , 점 P 에서 호 AB 에 접하는 직선과 직선 OA 의 교점을 Q 라 하자. 점 Q 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 \overline{QA} 인 원과 선분 PQ 의 교점을 R 라 하자. $\angle POA = \theta$ 일 때, 삼각형 OHP 의 넓이를 $f(\theta)$, 부채꼴 QRA 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{g(\theta)}}{\theta \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{\sqrt{\pi}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{\pi}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ⑤ $\sqrt{\pi}$

21. 좌표평면에서 두 점 $A(-2, 0)$, $B(2, 0)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 직사각형의 넓이의 최댓값은? [4점]

직사각형 위를 움직이는 점 P 에 대하여 $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 값은 점 P 의 좌표가 $(0, 6)$ 일 때 최대이고 $(\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$ 일 때 최소이다.

- ① $\frac{200}{19}$ ② $\frac{210}{19}$ ③ $\frac{220}{19}$ ④ $\frac{230}{19}$ ⑤ $\frac{240}{19}$

단답형

22. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, \frac{1}{4})$ 을 따르고 $V(X) = 6$ 일 때, n 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = \frac{1}{2}e^{2(t-1)} - at, \quad y = be^{t-1}$$

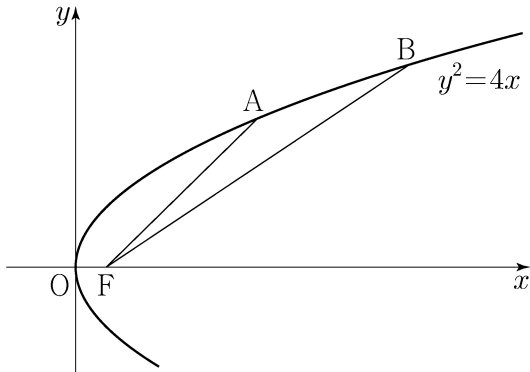
이다. 시각 $t=1$ 에서의 점 P 의 속도가 $\vec{v} = (-1, 2)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하십시오. (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

24. 정의역이 $\left\{x \mid -\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}\right\}$ 인 함수 $f(x) = \tan 2x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $100 \times g'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x) = 3\sin kx + 4x^3$ 의 그래프가 오직 하나의 변곡점을 가지도록 하는 실수 k 의 최댓값을 구하시오. [4점]

25. 어느 고등학교에서 1인 미디어 방송을 시청한 경험이 있는 학생의 비율을 알아보기 위하여 이 고등학교 학생 중 n 명을 임의추출하여 조사한 결과 90%가 시청한 경험이 있다고 답하였다. 이 결과를 이용하여 구한 이 고등학교 학생 전체의 1인 미디어 방송을 시청한 경험이 있는 학생의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $0.9 - c \leq p \leq 0.9 + c$ 이다. $c = 0.0294$ 일 때, n 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

27. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4x$ 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다. 두 점 A, B의 x 좌표는 1보다 큰 자연수이고 삼각형 AFB의 무게중심의 x 좌표가 6일 때, $\overline{AF} \times \overline{BF}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



28. 연필 7자루와 볼펜 4자루를 다음 조건을 만족시키도록 여학생 3명과 남학생 2명에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 연필끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜끼리도 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 여학생이 각각 받는 연필의 개수는 서로 같고, 남학생이 각각 받는 볼펜의 개수도 서로 같다.
- (나) 여학생은 연필을 1자루 이상 받고, 볼펜을 받지 못하는 여학생이 있을 수 있다.
- (다) 남학생은 볼펜을 1자루 이상 받고, 연필을 받지 못하는 남학생이 있을 수 있다.

29. 좌표공간에서 원점 O 와 점 $A(4, 0, 0)$ 에 대하여
평면 $x+y+\sqrt{2}z=0$ 위의 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $|\overrightarrow{OP}|$ 는 9 이하의 자연수이다.
(나) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AP} = 6$

$\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f'(x^2+x+1) = \pi f(1) \sin \pi x + f(3)x + 5x^2$$

을 만족시킬 때, $f(7)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.