

제 2 교시

수학 영역 (가형)

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a}=(4, 5)$, $\vec{b}=(-3, 2)$ 에 대하여 벡터 $2\vec{a}-\vec{b}$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x}-1}{2x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

3. 좌표공간의 두 점 $O(0, 0, 0)$, $A(6, 3, 9)$ 에 대하여 선분 OA 를 1:2로 내분하는 점 P 의 좌표가 (a, b, c) 이다. $a+b+c$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A^C) = \frac{2}{3}, P(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

5. 함수 $f(x)=x\ln x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ 의 값은?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. A, B를 포함한 6명이 원형의 탁자에 일정한 간격을 두고 앉을 때, A, B가 이웃하여 앉을 확률은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

7. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = e^{2t-6}, y = t^2 - t + 5$$

에서 $t=3$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

8. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식 $\sin 2x = \frac{1}{3}$ 의 모든 해의 합은?

[3점]

- ① $\frac{3}{2}\pi$ ② 2π ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ 3π ⑤ $\frac{7}{2}\pi$

9. $\int_3^6 \frac{2}{x^2-2x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $\ln 4$ ④ $\ln 5$ ⑤ $\ln 6$

10. 어느 역사 동아리 1, 2 학년 학생 32 명을 대상으로

박물관 A 와 박물관 B 에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 박물관 A 와 박물관 B 중 하나를 선택하였고, 각 학생이 선택한 박물관별 인원수는 다음과 같다.

(단위: 명)

구분	1 학년	2 학년	합계
박물관 A	9	15	24
박물관 B	6	2	8
합계	15	17	32

이 조사에 참여한 역사 동아리 학생 중에서 임의로 선택한 1 명이 박물관 A 를 선택한 학생일 때, 이 학생이 1 학년 학생일 확률은?

[3점]

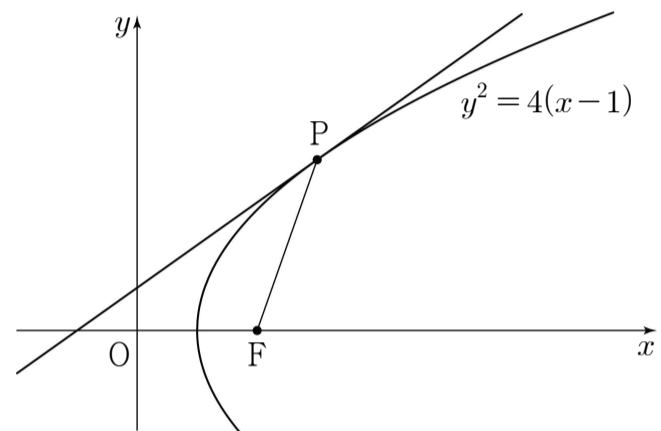
- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{11}{24}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{13}{24}$

11. 남학생 4명과 여학생 3명을 세 개의 모둠으로 나누려 할 때, 모든 모둠에 남학생과 여학생이 각각 1명 이상 포함되도록 하는 경우의 수는? [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

12. 포물선 $y^2 = 4(x-1)$ 위의 점 P는 제1사분면 위의 점이고 초점 F에 대하여 $\overline{PF} = 3$ 이다. 포물선 위의 점 P에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\frac{5\sqrt{2}}{8}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{4}$



13. 점 $(1, 0)$ 에서 곡선 $y=e^x$ 에 그은 접선을 l 이라 하자.
 곡선 $y=e^x$ 과 y 축 및 직선 l 으로 둘러싸인 부분의 넓이는?
 [3점]

- ① $\frac{1}{2}e^2-2$ ② $\frac{1}{2}e^2-1$ ③ e^2-3
- ④ e^2-2 ⑤ e^2-1

14. 함수 $f(x)=\frac{x^2-1}{x}$ ($x > 0$)의 역함수 $g(x)$ 에 대하여
 $g'(0)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

15. 점 $A(4, 0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을 B 라 하고, 점 B 를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = 2^{x+1} + 1$ 과 만나는 점을 C 라 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이는? [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

16. 확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 8인 정규분포를 따르고, 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) P(X \leq k) + P(X \leq 100 + k) = 1$$

$$(나) P(X \geq 2k) = 0.0668$$

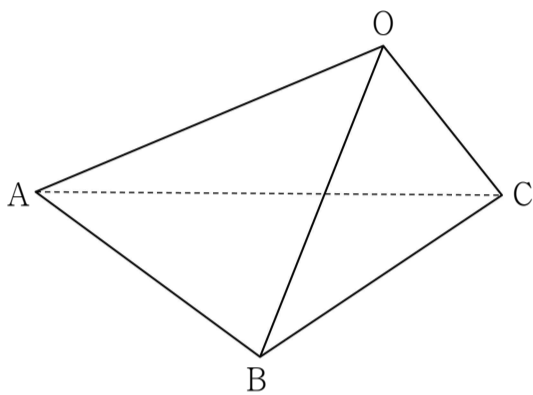
m 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, k 는 상수이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 96 ② 100 ③ 104
④ 108 ⑤ 112

17. 사면체 OABC 에서 $\overline{OC}=3$ 이고 삼각형 ABC 는 한 변의 길이가 6 인 정삼각형이다. 직선 OC 와 평면 OAB 가 수직일 때, 삼각형 OBC 의 평면 ABC 위로의 정사영의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$
 ④ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{4}$



18. 서로 같은 흰 공 4 개와 서로 같은 검은 공 3 개가 들어 있는 주머니에서 임의로 공을 한 개씩 모두 꺼낼 때, 꺼낸 순서대로 1 부터 7 까지의 번호를 부여한다. 4 개의 흰 공에 부여된 번호 중 두 번째로 작은 번호를 확률변수 X 라 할 때, 다음은 $E(X)$ 를 구하는 과정이다.

공에 번호를 부여하는 모든 경우의 수를 N 이라 하면 N 은 서로 같은 흰 공 4 개와 서로 같은 검은 공 3 개를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $N = \boxed{\text{(가)}}$ 이고, 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 2, 3, 4, 5 이다.

(i) $X=2$ 일 때,

번호 2 가 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1 개,
 번호 2 가 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2 개와 검은 공 3 개를
 나열하는 경우의 수는 $1 \times \frac{5!}{2! \times 3!}$ 이므로

$$P(X=2) = \frac{10}{N}$$

(ii) $X=3$ 일 때,

번호 3 이 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1 개와 검은 공 1 개,
 번호 3 이 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2 개와 검은 공 2 개를
 나열하는 경우의 수는 $2! \times \frac{4!}{2! \times 2!}$ 이므로

$$P(X=3) = \frac{12}{N}$$

(iii) $X=4$ 일 때,

번호 4 가 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1 개와 검은 공 2 개,
 번호 4 가 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2 개와 검은 공 1 개를
 나열하는 경우의 수는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이므로

$$P(X=4) = \frac{\boxed{\text{(나)}}}{N}$$

(iv) $X=5$ 일 때,

확률질량함수의 성질에 의하여

$$P(X=5) = 1 - \{P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)\}$$

따라서 $E(X) = \sum_{k=2}^5 \{k \times P(X=k)\} = \boxed{\text{(다)}}$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+5c$ 의 값은? [4점]

- ① 56 ② 58 ③ 60 ④ 62 ⑤ 64

19. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 $f(x)=x^n-1$,
 $g(x)=\log_3(x^4+2n)$ 이다.
 함수 $h(x)$ 가 $h(x)=g(f(x))$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을
 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. $h'(1)=0$
 ㄴ. 열린 구간 $(0, 1)$ 에서 함수 $h(x)$ 는 증가한다.
 ㄷ. $x > 0$ 일 때, 방정식 $h(x)=n$ 의 서로 다른 실근의
 개수는 1이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

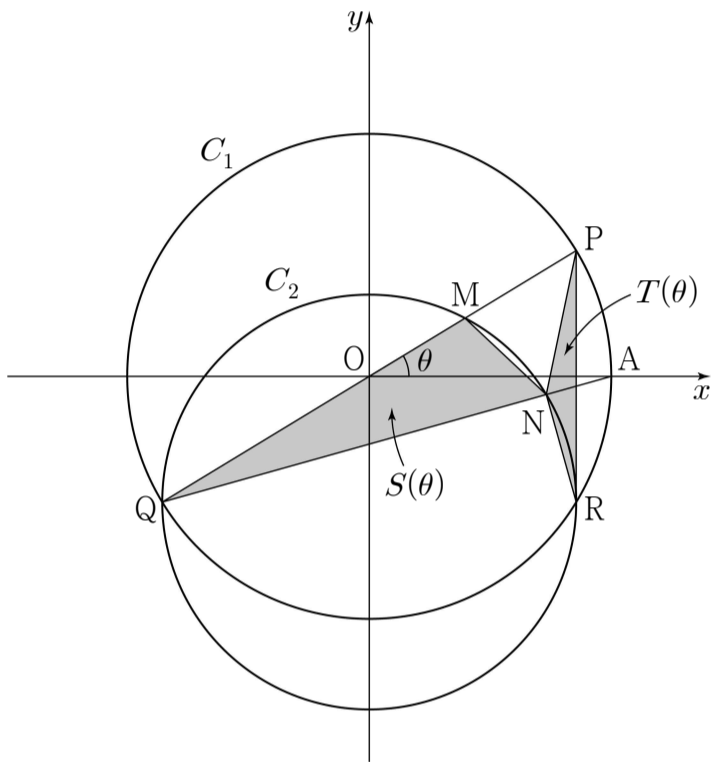
20. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$ 와
 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $g(x)=\int_1^x \frac{f(t^2+1)}{t} dt$
 (나) $\int_2^5 f(x)dx=16$

- $g(2)=3$ 일 때, $\int_1^2 xg(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

21. 그림과 같이 좌표평면 위에 중심이 $O(0, 0)$ 이고 점 $A(1, 0)$ 을 지나는 원 C_1 위의 제1사분면 위의 점을 P 라 하자. 점 P 를 원점에 대하여 대칭이동시킨 점을 Q , x 축에 대하여 대칭이동시킨 점을 R 라 하자. 선분 QR 를 지름으로 하는 원 C_2 와 두 선분 PQ , AQ 와의 교점을 각각 M , N 이라 하자. $\angle POA = \theta$ 라 할 때, 두 삼각형 MQN , PNR 의 넓이를 각각 $S(\theta)$, $T(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^2 \times S(\theta)}{T(\theta)}$ 의 값은? [4점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형

22. 자연수 7을 3개의 자연수로 분할하는 경우의 수를 구하시오. [3점]

23. 부등식 $4^x - 10 \times 2^x + 16 \leq 0$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

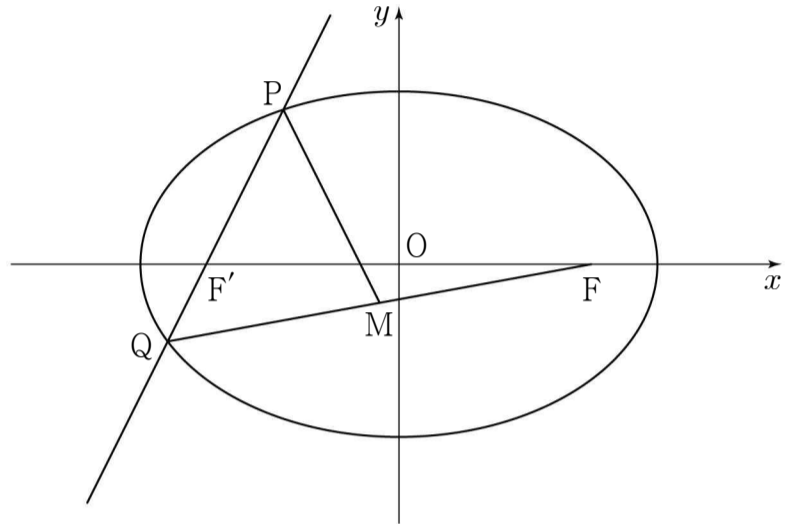
24. 두 벡터 $\vec{a} = (4t-2, -1)$, $\vec{b} = \left(2, 1+\frac{3}{t}\right)$ 에 대하여
 $|\vec{a}+\vec{b}|^2$ 의 최솟값을 구하시오. (단, $t > 0$) [3점]

25. $\tan(\alpha-\beta) = \frac{7}{8}$, $\tan \beta = 1$ 일 때, $\tan \alpha$ 의 값을 구하시오.
 (단, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$) [3점]

26. 3000보다 작은 네 자리 자연수 중 각 자리의 수의 합이
 10이 되는 모든 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

27. 원 $x^2+y^2=1$ 위의 임의의 점 P 와 곡선 $y=\sqrt{x}-3$ 위의 임의의 점 Q 에 대하여 \overline{PQ} 의 최솟값은 $\sqrt{a}-b$ 이다. 자연수 a, b 에 대하여 a^2+b^2 의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ($a > b > 0$) 의 두 초점을 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$) 이라 하고 점 F' 을 지나는 직선이 타원과 만나는 두 점을 P, Q 라 하자. $\overline{PQ}=6$ 이고 선분 FQ 의 중점 M 에 대하여 $\overline{FM}=\overline{PM}=5$ 일 때, 이 타원의 단축의 길이를 구하시오. [4점]

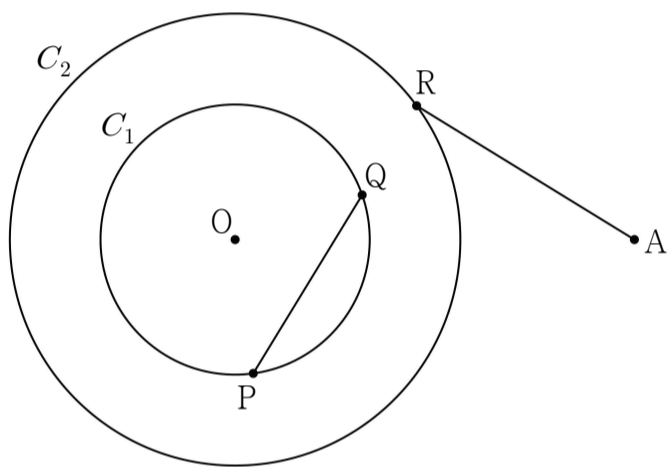


29. 그림과 같이 평면 위에 $\overline{OA}=2\sqrt{11}$ 을 만족하는 두 점 O, A 와 점 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 $\sqrt{5}, \sqrt{14}$ 인 두 원 C_1, C_2 가 있다. 원 C_1 위의 서로 다른 두 점 P, Q 와 원 C_2 위의 점 R 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 양수 k 에 대하여 $\overrightarrow{PQ}=k\overrightarrow{QR}$
- (나) $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{AR}=0$ 이고 $\overline{PQ}:\overline{AR}=2:\sqrt{6}$

원 C_1 위의 점 S 에 대하여 $\overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{AS}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값을 구하시오.

(단, $\frac{\pi}{2} < \angle ORA < \pi$) [4점]



30. $ab < 0$ 인 상수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = (ax+b)e^{-\frac{x}{2}}$$

이고 함수 $g(x)$ 는 $g(x) = \int_0^x f(t)dt$ 이다.

실수 k ($k > 0$) 에 대하여 부등식

$$g(x) - k \geq xf(x)$$

를 만족시키는 양의 실수 x 가 존재할 때, 이 x 의 값 중 최솟값을 $h(k)$ 라 하자.

함수 $g(x)$ 와 $h(k)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 극댓값 α 를 갖고 $h(\alpha)=2$ 이다.
- (나) $h(k)$ 의 값이 존재하는 k 의 최댓값은 $8e^{-2}$ 이다.

$100(a^2+b^2)$ 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)=0$) [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.