

제 2 교시

수학 영역(가형)

5 지선 다형

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(9n-5)}{3n^2+1}$  의 값은? [2점]  
 ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2.  $\log_3 54 + \log_9 \frac{1}{36}$  의 값은? [2점]  
 ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 등차수열  $\{a_n\}$  에 대하여  $a_3 = 2$ ,  $a_7 = 62$  일 때,  $a_5$  의 값은? [2점]  
 ① 30      ② 32      ③ 34      ④ 36      ⑤ 38

4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 독립이고  
 $P(A^c) = \frac{2}{5}$ ,  $P(B) = \frac{1}{6}$   
 일 때,  $P(A^c \cup B^c)$  의 값은? (단,  $A^c$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]  
 ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{3}{5}$       ③  $\frac{7}{10}$       ④  $\frac{4}{5}$       ⑤  $\frac{9}{10}$

5.  $\left(2x + \frac{a}{x}\right)^7$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수가 42일 때, 양수  $a$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{3}{4}$     ④ 1    ⑤  $\frac{5}{4}$

6. 매개변수  $t (t > 0)$ 으로 나타내어진 곡선

$$x = t^2 + 1, y = 4\sqrt{t}$$

에서  $t = 4$ 일 때,  $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{8}$     ②  $\frac{1}{4}$     ③  $\frac{3}{8}$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤  $\frac{5}{8}$

7. 표와 같이 두 주머니 A, B에 흰 공과 검은 공이 섞여서 각각 50개씩 들어 있다.

(단위: 개)

	주머니 A	주머니 B
흰 공	21	14
검은 공	29	36
합계	50	50

두 주머니 A, B 중 임의로 택한 1개의 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공이 흰 공일 때, 이 공이 주머니 A에서 꺼낸 공일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{3}{10}$     ②  $\frac{2}{5}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{3}{5}$     ⑤  $\frac{7}{10}$

8. 부등식  $\log_2(x^2 - 7x) - \log_2(x + 5) \leq 1$  을 만족시키는 모든 정수  $x$  의 값의 합은? [3점]

- ① 22      ② 24      ③ 26      ④ 28      ⑤ 30

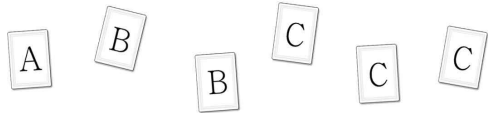
9. 함수  $f(x) = \frac{1}{e^x + 2}$  의 역함수  $g(x)$  에 대하여  $g'(\frac{1}{4})$  의 값은?

[3점]

- ① -5      ② -6      ③ -7      ④ -8      ⑤ -9

10. A, B, B, C, C, C의 문자가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드 중에서 5장의 카드를 택하여 이 5장의 카드를 왼쪽부터 모두 일렬로 나열할 때, C가 적힌 카드가 왼쪽에서 두 번째의 위치에 놓이도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 문자가 적힌 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- ① 24      ② 26      ③ 28      ④ 30      ⑤ 32



11.  $0 \leq x < 2\pi$  일 때, 방정식

$$\sin x = \sqrt{3}(1 + \cos x)$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ①  $\frac{\pi}{3}$       ②  $\frac{2}{3}\pi$       ③  $\pi$       ④  $\frac{4}{3}\pi$       ⑤  $\frac{5}{3}\pi$

12. 연속함수  $f(x)$ 가 모든 양의 실수  $t$ 에 대하여

$$\int_0^{\ln t} f(x) dx = (t \ln t + a)^2 - a$$

를 만족시킬 때,  $f(1)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 0이 아닌 상수이다.)

[3점]

- ①  $2e^2 + 2e$       ②  $2e^2 + 4e$       ③  $4e^2 + 4e$   
 ④  $4e^2 + 8e$       ⑤  $8e^2 + 8e$

13 확률변수  $X$ 는 평균이  $m$ , 표준편차가 4인 정규분포를 따르고, 확률변수  $X$ 의 확률밀도함수  $f(x)$ 가

$$f(8) > f(14), f(2) < f(16)$$

을 만족시킨다.

$m$ 이 자연수일 때,  $P(X \leq 6)$ 의 값을

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

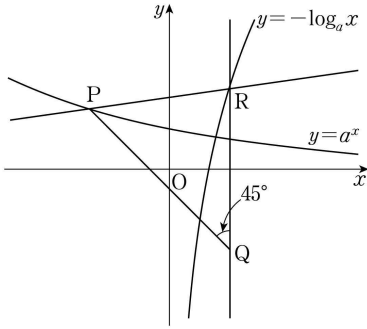
- ① 0.0062                      ② 0.0228                      ③ 0.0668
- ④ 0.1525                      ⑤ 0.1587

14 함수  $f(x) = \cos x$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k\pi}{n^2} f\left(\frac{\pi}{2} + \frac{k\pi}{n}\right)$ 의 값은?

[4점]

- ①  $-\frac{5}{2}$       ②  $-2$       ③  $-\frac{3}{2}$       ④  $-1$       ⑤  $-\frac{1}{2}$

15. 그림과 같이 좌표평면에서 곡선  $y = a^x (0 < a < 1)$  위의 점 P가 제2사분면에 있다. 점 P를 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동시킨 점 Q와 곡선  $y = -\log_a x$  위의 점 R에 대하여  $\angle PQR = 45^\circ$  이다.  $\overline{PR} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$  이고 직선 PR의 기울기가  $\frac{1}{7}$  일 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]



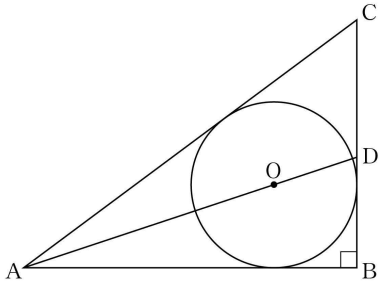
- ①  $\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ②  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ③  $\frac{2}{3}$
- ④  $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- ⑤  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

16. 집합  $\{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 원소의 개수가 4인 부분집합 중 임의로 하나의 집합을 택하여  $X$ 라 할 때, 집합  $X$ 가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

집합  $X$ 의 서로 다른 세 원소의 합은 항상 3의 배수가 아니다.

- ①  $\frac{3}{14}$
- ②  $\frac{2}{7}$
- ③  $\frac{5}{14}$
- ④  $\frac{3}{7}$
- ⑤  $\frac{1}{2}$

17. 그림과 같이  $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$  인 삼각형 ABC에 내접하고 반지름의 길이가 3인 원의 중심을 O라 하자. 직선 AO가 선분 BC와 만나는 점을 D라 할 때,  $\overline{DB} = 4$ 이다. 삼각형 ADC의 외접원의 넓이는? [4점]

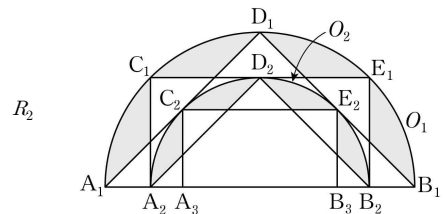
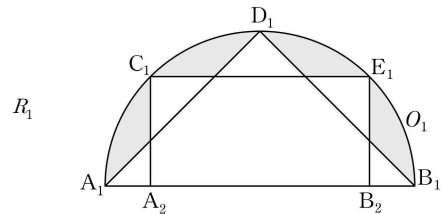


- ①  $\frac{125}{2}\pi$                       ②  $63\pi$                       ③  $\frac{127}{2}\pi$
- ④  $64\pi$                       ⑤  $\frac{129}{2}\pi$

18. 그림과 같이 길이가 4인 선분  $A_1B_1$ 을 지름으로 하는 반원  $O_1$ 의 호  $A_1B_1$ 을 4등분하는 점을 점  $A_1$ 에서 가까운 순서대로 각각  $C_1, D_1, E_1$ 이라 하고, 두 점  $C_1, E_1$ 에서 선분  $A_1B_1$ 에 내린 수선의 발을 각각  $A_2, B_2$ 라 하자. 사각형  $C_1A_2B_2E_1$ 의 외부와 삼각형  $D_1A_1B_1$ 의 외부의 공통부분 중 반원  $O_1$ 의 내부에 있는 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분  $A_2B_2$ 를 지름으로 하는 반원  $O_2$ 를 반원  $O_1$ 의 내부에 그리고, 반원  $O_2$ 의 호  $A_2B_2$ 를 4등분하는 점을 점  $A_2$ 에서 가까운 순서대로 각각  $C_2, D_2, E_2$ 라 하고, 두 점  $C_2, E_2$ 에서 선분  $A_2B_2$ 에 내린 수선의 발을 각각  $A_3, B_3$ 이라 하자. 사각형  $C_2A_3B_3E_2$ 의 외부와 삼각형  $D_2A_2B_2$ 의 외부의 공통부분 중 반원  $O_2$ 의 내부에 있는 모양의 도형에 색칠을 하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮

⋮

- ①  $4\pi + 4\sqrt{2} - 16$                       ②  $4\pi + 16\sqrt{2} - 32$                       ③  $4\pi + 8\sqrt{2} - 20$
- ④  $2\pi + 16\sqrt{2} - 24$                       ⑤  $2\pi + 8\sqrt{2} - 12$

19. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1} {}_n C_k}{k} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i)  $n=1$ 일 때 (좌변)=1, (우변)=1이므로 (\*)이 성립한다.

(ii)  $n=m$ 일 때 (\*)이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^m \frac{(-1)^{k-1} {}_m C_k}{k} = \sum_{k=1}^m \frac{1}{k}$$

이다.  $n=m+1$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^{m+1} \frac{(-1)^{k-1} {}_{m+1} C_k}{k}$$

$$= \sum_{k=1}^m \frac{(-1)^{k-1} {}_{m+1} C_k}{k} + \boxed{\text{(가)}}$$

$$= \sum_{k=1}^m \frac{(-1)^{k-1} ({}_m C_k + {}_m C_{k-1})}{k} + \boxed{\text{(가)}}$$

$$= \sum_{k=1}^m \frac{1}{k} + \sum_{k=1}^{m+1} \left\{ \frac{(-1)^{k-1}}{k} \times \frac{\boxed{\text{(나)}}}{(m-k+1)!(k-1)!} \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^m \frac{1}{k} + \sum_{k=1}^{m+1} \left\{ \frac{(-1)^{k-1}}{\boxed{\text{(다)}}} \times \frac{(m+1)!}{(m-k+1)!k!} \right\}$$

$$= \sum_{k=1}^m \frac{1}{k} + \frac{1}{m+1}$$

$$= \sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{k}$$

이다. 따라서  $n=m+1$ 일 때도 (\*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수  $n$ 에 대하여 (\*)이 성립한다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(m)$ ,  $g(m)$ ,

$h(m)$ 이라 할 때,  $\frac{g(3)+h(3)}{f(4)}$ 의 값은? [4점]

- ① 40      ② 45      ③ 50      ④ 55      ⑤ 60

20. 자연수  $n$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{nx}{x^n+1} & (x \neq -1) \\ -2 & (x = -1) \end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

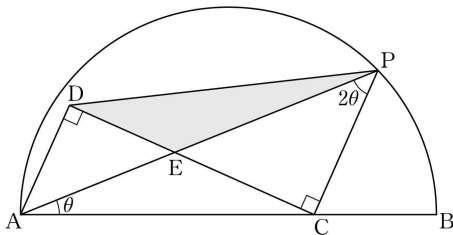
< 보 기 >

- ㄱ.  $n=3$ 일 때, 함수  $f(x)$ 는 구간  $(-\infty, -1)$ 에서 증가한다.  
 ㄴ. 함수  $f(x)$ 가  $x=-1$ 에서 연속이 되도록 하는  $n$ 에 대하여 방정식  $f(x)=2$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.  
 ㄷ. 구간  $(-1, \infty)$ 에서 함수  $f(x)$ 가 극솟값을 갖도록 하는 10 이하의 모든 자연수  $n$ 의 값의 합은 24이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



21. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P와 선분 AB 위의 점 C에 대하여  $\angle PAC = \theta$  일 때,  $\angle APC = 2\theta$  이다.  $\angle ADC = \angle PCD = \frac{\pi}{2}$  인 점 D에 대하여 두 선분 AP와 CD가 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 DEP의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은?  
(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ ) [4점]



- ①  $\frac{5}{9}$     ②  $\frac{2}{3}$     ③  $\frac{7}{9}$     ④  $\frac{8}{9}$     ⑤ 1

단답형

22. 함수  $f(x) = \sin(3x - 6)$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르고  $V(X) = 200$ 일 때,  $E(X)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24.  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \tan(\pi - \theta) = \frac{3}{5}$  일 때,  $30(1 - \sin \theta)$ 의 값을 구하시오.

[3점]

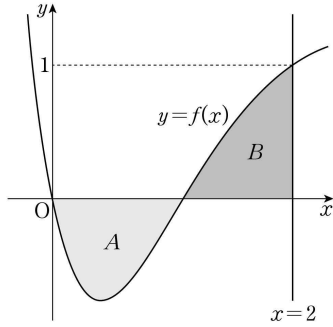
25. 어느 회사가 생산하는 약품 한 병의 무게는 평균이  $mg$ , 표준편차가  $1g$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사가 생산한 약품 중  $n$  병을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여, 모평균  $m$ 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면  $a \leq m \leq b$ 이다.  $100(b - a) = 49$ 일 때, 자연수  $n$ 의 값을 구하시오. (단,  $Z$ 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,  $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

26. 자연수  $n$ 에 대하여 좌표평면 위에 두 점  $A_n(n, 0)$ ,  $B_n(n, 3)$ 이 있다. 점  $P(1, 0)$ 을 지나고  $x$ 축에 수직인 직선이 직선  $OB_n$ 과

만나는 점을  $C_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{PC_n}}{\overline{OB_n} - \overline{OA_n}} = \frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, 0는 원점이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(0)=0, f(2)=1$ 이다. 그림과 같이  $0 \leq x \leq 2$ 에서 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축 및 직선  $x=2$ 로 둘러싸인 두 부분의 넓이를 각각  $A, B$ 라 하자.  $A=B$ 일 때,  $\int_0^2 (2x+3)f'(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. 세 명의 학생 A, B, C에게 같은 종류의 빵 3개와 같은 종류의 우유 4개를 남김없이 나누어 주려고 한다. 빵만 받는 학생은 없고, 학생 A는 빵을 1개 이상 받도록 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 우유를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

29. 다음 조건을 만족시키는 자연수  $a, b, c$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

(가)  $a < b < c \leq 20$

(나) 세 변의 길이가  $a, b, c$ 인 삼각형이 존재한다.

30. 최고차항의 계수가  $k(k > 0)$ 인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(0) = f(-2)$ ,  $f(0) \neq 0$ 이다. 함수  $g(x) = (ax+b)e^{f(x)}$  ( $a < 0$ )이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $(x+1)\{g(x) - mx - m\} \leq 0$ 을 만족시키는 실수  $m$ 의 최솟값은  $-2$ 이다.

(나)  $\int_0^1 g(x)dx = \int_{-2f(0)}^1 g(x)dx = \frac{e - e^4}{k}$

$f(ab)$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.