

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $(-2+4i)-3i$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.) [2점]

- ① $-2-i$ ② $-2+i$ ③ $3-i$ ④ $3+i$ ⑤ $2i$

2. 두 다항식 $A=3x^2+4x-2$, $B=x^2+x+3$ 에 대하여 $A-B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $2x^2+3x-5$ ② $2x^2+3x-3$ ③ $2x^2+3x-1$
- ④ $2x^2-3x+3$ ⑤ $2x^2-3x+5$

3. x 에 대한 다항식 x^3+ax-8 이 $x-1$ 로 나누어떨어지도록 하는 상수 a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

4. x 에 대한 이차부등식 $x^2+ax+6 \leq 0$ 의 해가 $2 \leq x \leq 3$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

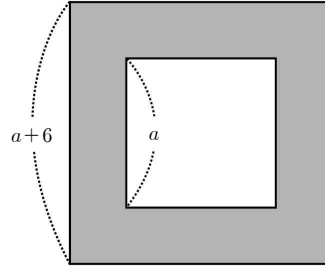
5. 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$x^2 + 5x + a = (x+4)(x+b)$$

가 성립할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 그림과 같이 한 변의 길이가 $a+6$ 인 정사각형 모양의 색종이에서 한 변의 길이가 a 인 정사각형 모양의 색종이를 오려 내었다. 오려낸 후 남아 있는 □ 모양의 색종이의 넓이가 $k(a+3)$ 일 때, 상수 k 의 값은? [3점]



- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

6. 부등식 $|x-3| \leq 2$ 를 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

8. $2016 \times 2019 \times 2022 = 2019^3 - 9a$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값은?
[3점]

- ① 2018 ② 2019 ③ 2020 ④ 2021 ⑤ 2022

10. 이차함수 $y = x^2 + 5x + 2$ 의 그래프와 직선 $y = -x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수 k 의 최솟값은? [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

9. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, $x^2y + xy^2 + x + y$ 의 값은?
[3점]

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

11. x 에 대한 다항식 $x^3 - x^2 - ax + 5$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 몫은 $Q(x)$, 나머지는 5이다. $Q(a)$ 의 값은?
(단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

12. $x-y=3$, $x^3-y^3=18$ 일 때, x^2+y^2 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

13. 두 복소수 $\alpha = \frac{1-i}{1+i}$, $\beta = \frac{1+i}{1-i}$ 에 대하여
 $(1-2\alpha)(1-2\beta)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 망원경에서 대물렌즈 지름의 길이를 구경이라 하고
 천체로부터 오는 빛을 모으는 능력을 집광력이라 한다.
 구경이 $D(\text{mm})$ 인 망원경의 집광력 F 는 다음과 같은 관계식이
 성립한다.

$$F = kD^2 \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수이다.})$$

구경이 40인 망원경 A 의 집광력은 구경이 x 인 망원경 B 의
 집광력의 2배일 때, x 의 값은? [4점]

- ① $10\sqrt{2}$ ② $15\sqrt{2}$ ③ $20\sqrt{2}$ ④ $25\sqrt{2}$ ⑤ $30\sqrt{2}$

15. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x+2 > 3 \\ 3x < a+1 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합이 9가 되도록 하는 자연수 a 의 최댓값은? [4점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

16. 이차방정식 $x^2+x-1=0$ 의 서로 다른 두 근을 α, β 라 하자.

다항식 $P(x)=2x^2-3x$ 에 대하여 $\beta P(\alpha)+\alpha P(\beta)$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

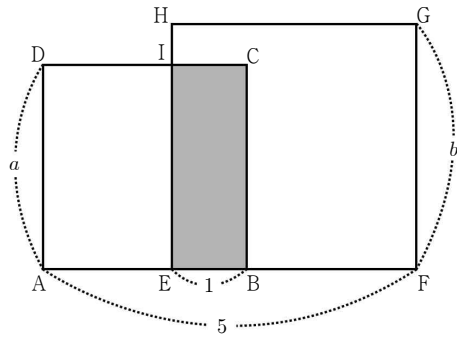
17. 두 자연수 $a, b (a < b)$ 와 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$(x^2 - x)(x^2 - x + 3) + k(x^2 - x) + 8 = (x^2 - x + a)(x^2 - x + b)$$

를 만족시키는 모든 상수 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

18. 한 변의 길이가 a 인 정사각형 ABCD와 한 변의 길이가 b 인 정사각형 EFGH가 있다. 그림과 같이 네 점 A, E, B, F가 한 직선 위에 있고 $\overline{EB} = 1, \overline{AF} = 5$ 가 되도록 두 정사각형을 겹치게 놓았을 때, 선분 CD와 선분 HE의 교점을 I라 하자. 직사각형 EBCI의 넓이가 정사각형 EFGH의 넓이의 $\frac{1}{4}$ 일 때, b 의 값은? (단, $1 < a < b < 5$) [4점]



- ① $-2 + \sqrt{26}$ ② $-2 + 3\sqrt{3}$ ③ $-2 + 2\sqrt{7}$
 ④ $-2 + \sqrt{29}$ ⑤ $-2 + \sqrt{30}$

19. 다음은 x 에 대한 방정식

$$(x^2 + ax + a)(x^2 + x + a) = 0$$

의 근 중 서로 다른 허근의 개수가 2이기 위한 실수 a 의 값의 범위를 구하는 과정이다.

(1) $a=1$ 인 경우

주어진 방정식은 $(x^2 + x + 1)^2 = 0$ 이다.

이 때, 방정식 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 근은

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{\boxed{(가)}}}{2} \quad (\text{단, } i = \sqrt{-1}) \text{이므로}$$

방정식 $(x^2 + x + 1)^2 = 0$ 의 서로 다른 허근의 개수는 2이다.

(2) $a \neq 1$ 인 경우

방정식 $x^2 + ax + a = 0$ 의 근은 $x = \frac{-a \pm \sqrt{\boxed{(나)}}}{2}$ 이다.

(i) $\boxed{(나)} < 0$ 일 때, 방정식 $x^2 + x + a = 0$ 은 실근을 가져야 하므로 실수 a 의 값의 범위는

$$0 < a \leq \frac{1}{4}$$

이다.

(ii) $\boxed{(나)} \geq 0$ 일 때, 방정식 $x^2 + x + a = 0$ 은 허근을 가져야 하므로 실수 a 의 값의 범위는

$$a \geq \boxed{(다)}$$

이다.

따라서 (1)과 (2)에 의하여

방정식 $(x^2 + ax + a)(x^2 + x + a) = 0$ 의 근 중 서로 다른 허근의 개수가 2이기 위한 실수 a 의 값의 범위는

$$0 < a \leq \frac{1}{4} \text{ 또는 } a = 1 \text{ 또는 } a \geq \boxed{(다)}$$

이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고,

(나)에 알맞은 식을 $f(a)$ 라 할 때, $p+q+f(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

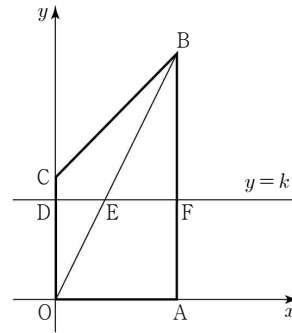
20. 그림과 같이 좌표평면 위의 네 점 $O(0, 0), A(1, 0), B(1, 2), C(0, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 사각형 $OABC$ 가 있다.

실수 $k(0 < k < 1)$ 에 대하여 직선 $y=k$ 가 세 선분 OC, OB, AB 와 만나는 점을 각각 D, E, F 라 하자.

삼각형 OED 의 넓이를 S_1 , 사각형 $OAFE$ 의 넓이를 S_2 ,

삼각형 EFB 의 넓이를 S_3 , 사각형 $DEBC$ 의 넓이를 S_4 라

할 때, $(S_1 - S_3)^2 + (S_2 - S_4)^2$ 의 최솟값은? [4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{16}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{3}{8}$

21. 두 이차함수

$$f(x) = (x-a)^2 - a^2,$$

$$g(x) = -(x-2a)^2 + 4a^2 + b$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 방정식 $f(x) = g(x)$ 는 서로 다른 두 실근 α, β 를 갖는다.
 (나) $\beta - \alpha = 2$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
 (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- < 보 기 >
- ㄱ. $a=1$ 일 때, $b = -\frac{5}{2}$
 ㄴ. $f(\beta) - g(\alpha) \leq g(2a) - f(a)$
 ㄷ. $g(\beta) = f(\alpha) + 5a^2 + b$ 이면 $b = -16$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 다항식 $(x+3)^3$ 을 전개한 식에서 x^2 의 계수를 구하시오. [3점]

23. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2x + a - 6 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

24. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - kx + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,
 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 5$ 이다. 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

25. 연립방정식

$$\begin{cases} x = y + 5 \\ x^2 - 2y^2 = 50 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. x 에 대한 삼차방정식

$$x^3 - x^2 + kx - k = 0$$

이 허근 $3i$ 와 실근 α 를 가질 때, $k + \alpha$ 의 값을 구하시오.
 (단, k 는 실수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.) [4점]

27. 실수 a 에 대하여 복소수 $z = a + 2i$ 가 $\bar{z} = \frac{z^2}{4i}$ 을 만족시킬 때, a^2 의 값을 구하시오.
 (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.) [4점]

28. 두 이차다항식 $P(x)$, $Q(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $2P(x) + Q(x) = 0$ 이다.

(나) $P(x)Q(x)$ 는 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어떨어진다.

$P(0) = -4$ 일 때, $Q(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. $-2 \leq x \leq 5$ 에서 정의된 이차함수 $f(x)$ 가

$$f(0)=f(4), f(-1)+|f(4)|=0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 최솟값이 -19 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. x 에 대한 이차부등식

$$(2x - a^2 + 2a)(2x - 3a) \leq 0$$

의 해가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 이다.

두 실수 α, β 가 다음 조건을 만족시킬 때, 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) $\beta - \alpha$ 는 자연수이다.

(나) $\alpha \leq x \leq \beta$ 를 만족하는 정수 x 의 개수는 3이다.

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.