

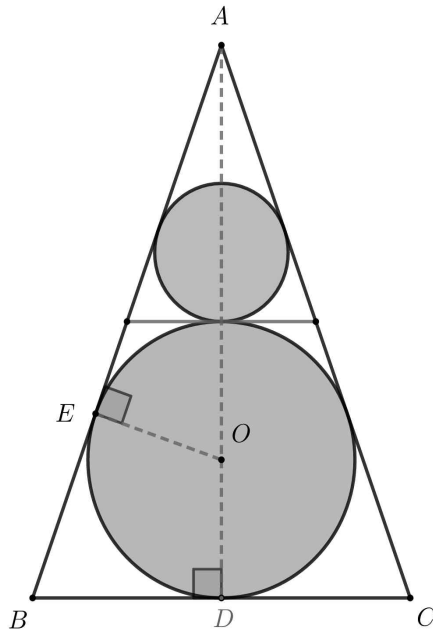
2019 모의 논술 풀이

[문제 1-1]

(1) n 번째 삼각형의 높이를 h_n , n 번째 원의 반지름을 r_n 이라 하자. 주어진 정삼각형의 높이는 $h_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다. 정삼각형의 중심은 높이를 2:1로 내분하므로 첫 번째 원의 반지름은 $r_1 = \frac{h_1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}$ 이다. 같은 이유로 $h_2 = \frac{h_1}{3}$ 이고 $r_2 = \frac{h_2}{3}$ 이므로 $r_2 = \frac{r_1}{3}$ 이다. 같은 과정이 반복되므로 r_n 은 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열을 이루고, S_n 은 공비가 $\frac{1}{9}$ 인 등비수열을 이룬다. 따라서

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{9}\right)^{n-1} S_1 = \frac{3\pi}{32}.$$

(2) n 번째 삼각형의 높이를 h_n , n 번째 원의 반지름을 r_n 이라 하자. 주어진 삼각형 ABC의 높이는 $h_1 = \sqrt{8}$ 이다.



첫 번째 원의 중심을 O, A에서 BC에 내린 수선의 발을 D, O에서 AB에 내린 수선의 발을 E라 하자. 삼각형 AOE와 삼각형 ABD가 서로 닮은 사실을 이용하면 $h_1 - r_1 : r_1 = 3 : 1$ 이다. 따라서 $r_1 = \frac{h_1}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이다. 이제 $h_2 = h_1 - 2r_1 = \frac{h_1}{2}$ 이므로 $r_2 = \frac{r_1}{2}$ 이다. 같은 방법을 반복하면, $h_n = h_{n-1} - 2r_{n-1} = 2r_{n-1}$ 이고 $r_n = \frac{h_n}{4} = \frac{r_{n-1}}{2}$ 이다. 그러므로 r_n 은 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열임을 알 수 있고, $r_{100} = r_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{99} = \frac{\sqrt{2}}{2^{100}}$ 이다.

[문제 1-2]

(1) 원 C_1 과 C_2 의 중심 사이의 거리는 반지름의 합과 같으므로

$$\sqrt{(1-x_2)^2 + (a-y_2)^2} = a + y_2$$

이다. 이 식을 제곱하여 $y_2 = ax_2^2$ 을 대입하면 $(1-x_2)^2 = 4a^2x_2^2$ 을 얻는다. 제곱근은 취하면 $1-x_2 = 2ax_2$ 이고, $x_2 = \frac{1}{2a+1}$ 이다.

(2) (1)의 풀이를 C_{n-1} 과 C_n 에 대하여 적용하면

$$\sqrt{(x_{n-1}-x_n)^2 + (y_{n-1}-y_n)^2} = y_{n-1} + y_n$$

을 얻는다. 제곱하여 정리하면 $(x_{n-1}-x_n)^2 = 4a^2x_{n-1}^2x_n^2$ 이 되고 제곱근을 취하여 $x_{n-1}-x_n = 2ax_{n-1}x_n$ 을 얻는다. 양변을 $x_{n-1}x_n$ 으로 나누면

$$\frac{1}{x_n} - \frac{1}{x_{n-1}} = 2a$$

이다. 즉 $\frac{1}{x_n}$ 은 공차 $2a$ 인 등차수열이 된다. 그러므로

$$\frac{1}{x_{101}} = \frac{1}{x_1} + (101-1)2a = 1 + 200a.$$

즉, $x_{101} = \frac{1}{200a+1}$.

(3) C_n 의 반지름은 $y_n = ax_n^2 = \frac{a}{(1+2a(n-1))^2}$ 이므로 $S_n = \frac{\pi a^2}{(1+2a(n-1))^4}$ 이다. 그러므로 구하는 극한은 $\frac{\pi}{16a^2}$ 이다.

[문제 2-1] (10점) 건강한 사람의 혈액에서 분리한 성숙된 적혈구 세포 (mature red blood cell)를 파쇄 후 DNA를 추출하는 실험을 진행하였다. 실험결과 적혈구에서 DNA가 관찰되었다면, 이 DNA는 어디서 유래한 것인지를 유추하여 설명하시오

[정답] 미토콘드리아 DNA

추론근거 : 성숙된 적혈구세포는 핵이 존재하지 않으므로 핵 유래 DNA는 검출되지 못함. 하지만 세포질에 미토콘드리아는 존재함. 따라서 세포를 파쇄후 DNA가 검출되었다면 미토콘드리아 DNA로 추론할 수 있음.

[채점준거] 미토콘드리아 DNA만 기술하였을 경우 5점부여

핵유래 DNA 검출이 안된다는 것 까지 기술하였을 경우 10점 부여

[문제 2-2] (15점) 혈액에서 분리한 성숙된 적혈구가 현미경 관찰시 낫모양 적혈구 형태로 관찰이 되었다고 가정할 때, 이 적혈구를 이용하여 낫모양 적혈구 빈혈증을 확진하기 위한 검사를 시행하려고 한다면 적혈구 내의 어떤 거대분자 (macromolecule)에 대한 분석이 이루어져

야할지 논하시오

[정답] 헤모글로빈 단백질 분석 (아미노산 분석)

추론근거 : 문제 1에서 논의한바와 같이 성숙된 적혈구세포는 핵이 존재하지 않으며, 미토콘드리아의 DNA에는 헤모글로빈을 발현하는 유전자가 존재하지 않으므로 DNA를 추출하여 염기서열에서 헤모글로빈 유전자의 돌연변이를 분석하는 것은 불가능함.

대신 헤모글로빈 단백질을 분리하여 아미노산 분석을 하여 6번째 아미노산인 글루탐산이 발린으로 바뀐 것을 분석할 수 있음.

[채점준거] DNA 염기서열 분석이 안된다는 것을 기술하였을 경우 5점 부여

헤모글로빈 단백질 또는 아미노산 분석까지 기술하였을 경우 10점 부여

아미노산 분석에서 글루탐산이 발린으로 치환된것까지 기술하였을 경우 15점 부여

[문제 2-3] (15점) 위 제시문에 기술된 성숙된 적혈구 세포 (mature red blood cell)에 "A"라고 하는 특정 DNA 조각 (DNA fragment)을 미세주사기로 주입시켰을 경우 "A" 유전자의 mRNA 및 단백질 발현이 유도 될 것인지에 대해 설명하고, 그렇게 추론한 이유를 기술하시오

[정답] A 유전자 mRNA와 단백질 발현은 유도되지 않는다.

추론 근거 : 유전자의 발현이 일어나려면 첫 번째 단계로 DNA의 유전정보로부터 RNA가 합성되는 전사(transcription) 과정이 일어나야한다. 전사과정은 핵안에 존재하는 RNA 중합효소에 의하여 이루어 지는데 적혈구에서는 유전자를 삽입하여도 핵이 존재하지 않기 때문에 전사 (transcription)과정이 일어나지 않음. 또한 핵인에서 합성되는 라이보솜 RNA 및 tRNA 합성이 부족할 가능성이 높음. 따라서 전사 및 번역이 일어날 가능성이 낮아서 mRNA와 단백질 발현은 유도될 수 없음.

[채점준거] mRNA와 단백질 발현이 유도되지 않는다면 기술하였을 경우 5점 부여

전사인자 및 번역관련 단백질 합성이 없어 mRNA, 단백질합성이 어렵다는 것까지 기술하였을 경우 10점 부여

rRNA, tRNA까지 기술하였을 경우 15점 부여

[문제 2-4] (10점) 성숙된 적혈구 세포 (mature red blood cell)에 인간 전체 유전자 (Whole DNA)를 주입하였을 경우 염색체가 관찰될 것인지에 대해 논하고 그렇게 추론한 근거를 설명하시오

[정답] 염색체 관찰은 되지 않을 것이다

추론 근거 : 염색체는 세포 분열 과정에서 관찰되는 구조로 DNA와 히스톤 단백질로 구성되어 있음. 세포의 분열 과정이 시작되기 위해서는 DNA 중합효소에 의하여 DNA의 양이 두배로 늘어나야 하나 핵내에 존재하는 DNA중합효소가 없어서 DNA의 복제가 이루어지지 않음. 또한 복제된 DNA 히스톤 단백질에 휘감겨 응축되어 염색사를 이루고 이것이 더 응축되어야 염색체가 되나 적혈구에는 핵이 존재하지 않아서 히스톤 단백질이 충분하지 않아 뉴클레오솜을

형성하지 못할 것으로 생각되어짐. 따라서 적혈구에는 전체 DNA를 주입하여도 포 분열은 유도되지 않을 것이며, 염색체도 관찰되지 않을 것임.

[추론근거] 염색체 관찰이 어렵다는 것만 기술하였을 경우 3점부여

세포분열이 유도되지 않는다는 내용을 포함한 경우 7점 부여

히스톤 단백질이 충분하지 않아 뉴클레오솜 형성 내용을 포함한 경우 10점 부여