수학 나형 정답

1	③	2	②	3	⑤	4	④	5	③
6	①	7	④	8	④	9	⑤	10	①
11	②	12	③	13	②	14	⑤	15	④
16	③	17	①	18	①	19	②	20	⑤
21	⑤	22	32	23	24	24	6	25	17
26	15	27	56	28	80	29	50	30	9

나형 해설

1. [출제의도] 지수 계산하기

$27\times 3^{-2}=3^3\times 3^{-2}=3$

2. [출제의도] 로그 계산하기

$\log_2 2+\log_3 9=1+2=3$

3. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$\lim_{x\to 3}\dfrac{(x-3)(x+2)}{x-3}=\lim_{x\to 3}(x+2)=5$

4. [출제의도] Σ 의 성질 이해하기

$\sum_{k=1}^{10}(2a_k+b_k)=2\sum_{k=1}^{10}a_k+\sum_{k=1}^{10}b_k=2\times 2+3=7$

5. [출제의도] 사건의 독립 이해하기

두 사건 A, B가 서로 독립이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\times\mathrm{P}(B)=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{P}(B)=\dfrac{1}{6}$

따라서 $\mathrm{P}(B)=\dfrac{1}{3}$

6. [출제의도] 미분계수 계산하기

$f'(x)=2x-2$

따라서 $f'(2)=2$

7. [출제의도] 두 집합의 포함관계 이해하기

$a^2-2=2$ 이므로 $a=-2$ 또는 $a=2$

(i) $a=-2$ 일 때 $A=\{-1,2\}$, $B=\{2,5,7\}$ 이므로 $A\cap B\neq A$

(ii) $a=2$ 일 때 $A=\{2,7\}$, $B=\{2,5,7\}$ 이므로 $A\cap B=A$

따라서 $a=2$

8. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$\lim_{x\to -1+}f(x)=0$, $\lim_{x\to 1-}f(x)=2$

따라서 $\lim_{x\to -1+}f(x)+\lim_{x\to 1-}f(x)=2$

9. [출제의도] 정적분의 성질 이해하기

$\int_{-2}^{2}(3x^2+2x+1)\,dx=2\int_{0}^{2}(3x^2+1)\,dx$

$=2\Big[x^3+x\Big]_0^2=20$

10. [출제의도] 유리함수 이해하기

함수 $y=\dfrac{2}{x-1}$ 의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동하면

$y=\dfrac{2}{x-a-1}+4$ 의 그래프와 일치하므로

$a+1=3$

$a=2$, $b=4$

따라서 $a+b=6$

11. [출제의도] 명제와 조건 이해하기

두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면

$P=\{x\mid -4\le x\le 6\}$

$Q=\{x\mid -a+2\le x\le a+2\}$

명제 $p\to q$가 참이므로 $P\subset Q$에서

$-a+2\le -4$, $a\ge 6$

$a+2\ge 6$, $a\ge 4$

그러므로 $a\ge 6$

따라서 자연수 a의 최솟값은 6

12. [출제의도] 합성함수의 값 계산하기

$(f\circ f)(-2)=f(f(-2))=f(1)=3$

13. [출제의도] 확률의 덧셈정리를 활용하여 문제해결하기

흰 공의 개수가 3일 확률은

$\dfrac{{}_6\mathrm{C}_3\times{}_4\mathrm{C}_1}{{}_{10}\mathrm{C}_4}=\dfrac{20\times 4}{210}=\dfrac{8}{21}$

흰 공의 개수가 4일 확률은

$\dfrac{{}_6\mathrm{C}_4}{{}_{10}\mathrm{C}_4}=\dfrac{15}{210}=\dfrac{1}{14}$

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{8}{21}+\dfrac{1}{14}=\dfrac{19}{42}$

14. [출제의도] 조건부확률을 활용하여 문제해결하기

이 고등학교 학생 중 임의로 선택한 1명의 학생이 진로 체험 행사에 참가한 학생인 사건을 A, 여학생인 사건을 B라 하면

$\mathrm{P}(B|A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\dfrac{\frac{75}{300}}{\frac{200}{300}}=\dfrac{3}{8}$

15. [출제의도] 정규분포를 활용하여 문제해결하기

이 양계장에서 생산하는 계란 1개의 무게를 확률변수 X라 하면 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(52,8^2)$을 따른다.

$Z=\dfrac{X-52}{8}$ 라 하면 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,1)$을 따르므로

$\mathrm{P}(60\le X\le 68)$

$=\mathrm{P}\left(\dfrac{60-52}{8}\le Z\le\dfrac{68-52}{8}\right)$

$=\mathrm{P}(1\le Z\le 2)$

$=\mathrm{P}(0\le Z\le 2)-\mathrm{P}(0\le Z\le 1)$

$=0.4772-0.3413=0.1359$

16. [출제의도] 로그의 성질을 활용하여 문제해결하기

$a_n=1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$

$\log_4(2^{a_1}\times 2^{a_2}\times 2^{a_3}\times\cdots\times 2^{a_{12}})$

$=\dfrac{1}{2}(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{12})$

$=\dfrac{1}{2}(1^2+2^2+3^2+\cdots+12^2)$

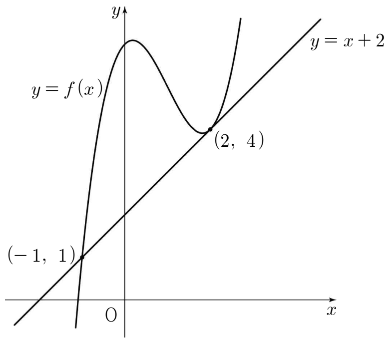
$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{12\times 13\times 25}{6}=325$

17. [출제의도] 접선의 방정식을 활용하여 문제해결하기

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$라 하면

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

이고, 두 점 $(2,\ 4)$, $(-1,\ 1)$을 지나는 직선의 방정식이 $y=x+2$ 이므로



$f(2)=4$ 에서 $4a+2b+c=-4$ …… ㉠

$f(-1)=1$ 에서 $a-b+c=2$ …… ㉡

$f'(2)=1$ 에서 $4a+b=-11$ …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여 $a=-3$, $b=1$, $c=6$

$f'(x)=3x^2-6x+1$

따라서 $f'(3)=10$

(다른 풀이)

두 점 $(2,\ 4)$, $(-1,\ 1)$을 지나는 직선의 방정식이 $y=x+2$ 이므로

$f(x)-(x+2)=(x-2)^2(x+1)$

$f(x)=x^3-3x^2+x+6$

$f'(x)=3x^2-6x+1$

따라서 $f'(3)=10$

18. [출제의도] 등비급수를 활용하여 추론하기

(도형 T_1의 넓이)

$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 1^2\times 2-\dfrac{1}{6}\times\pi\times 1^2=\dfrac{3\sqrt{3}-\pi}{6}$

(도형 T_2의 넓이)=(도형 T_3의 넓이)

$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\times 2-\dfrac{1}{6}\times\pi\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$

$=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{3\sqrt{3}-\pi}{6}$

$S_1=$(도형 T_1의 넓이)$+2\times$(도형 T_2의 넓이)

$=\dfrac{3\sqrt{3}-\pi}{6}+2\times\left(\dfrac{1}{4}\times\dfrac{3\sqrt{3}-\pi}{6}\right)=\dfrac{3\sqrt{3}-\pi}{4}$

정삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$의 한 변의 길이를 a_n이라 하면

$2\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times a_{n+1}\right)=\dfrac{1}{2}\times a_n$ 이므로

$a_{n+1}=\dfrac{1}{2\sqrt{3}}a_n$

그림 R_{n+1}의 새로 색칠된 부분의 넓이를 b_{n+1}이라 하면 $b_{n+1}=\dfrac{1}{12}b_n$, $b_1=S_1$

수열 $\{b_n\}$은 첫째항이 $\dfrac{3\sqrt{3}-\pi}{4}$ 이고 공비가 $\dfrac{1}{12}$ 인 등비수열이다.

따라서 $\lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}b_k$

$=\dfrac{\frac{3\sqrt{3}-\pi}{4}}{1-\frac{1}{12}}=\dfrac{3(3\sqrt{3}-\pi)}{11}$

19. [출제의도] 확률변수의 평균을 구하는 과정 추론하기

세 수 x_1, x_2, x_3을 순서쌍 (x_1, x_2, x_3)과 같이 나타내자.
x_1, x_2, x_3 중에서 최댓값을 p, 최솟값을 q, 나머지 수를 r, $p-q=k$ $(k=0, 1, \cdots, 5)$라 하면 순서쌍 (x_1, x_2, x_3)의 개수는 p, q, r를 일렬로 나열하는 방법의 수와 같다.

(1) $k=0$일 때
세 수가 모두 같으므로
순서쌍 (x_1, x_2, x_3)의 개수는 $\boxed{6}$이고,
$\mathrm{P}(X=0)=\dfrac{1}{6^3}\times\boxed{6}$

(2) $k\neq0$일 때 $(1\le k\le5)$
순서쌍 (p, q)의 개수는 각각의 k에 대하여 $6-k$이고
i) $k=1$일 때
순서쌍 (x_1, x_2, x_3)의 개수는
$5\times\left(\dfrac{3!}{2!}+\dfrac{3!}{2!}\right)$
ii) $2\le k\le5$일 때
① $r=p$ 또는 $r=q$인 경우
p, p, q와 p, q, q를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $\dfrac{3!}{2!}+\dfrac{3!}{2!}$
② $r\neq p$이고 $r\neq q$인 경우
r의 개수는 각각의 k에 대하여 $k-1$이고
p, r, q를 일렬로 나열하는 방법의 수는 ${}_3\mathrm{P}_3=3!$이므로 $(k-1)\times3!$
①, ②에 의하여
순서쌍 (x_1, x_2, x_3)의 개수는
$(6-k)\times\left\{\dfrac{3!}{2!}+\dfrac{3!}{2!}+(k-1)\times3!\right\}$
그러므로 $1\le k\le5$일 때,
순서쌍 (x_1, x_2, x_3)의 개수는
$(6-k)\times\left\{\dfrac{3!}{2!}+\dfrac{3!}{2!}+(\boxed{k-1})\times3!\right\}$

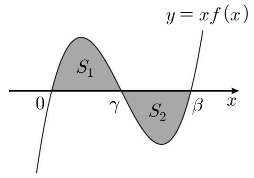
(예를 들어)
$k=3$인 경우
(p, r, q)는 $(4, r, 1)$, $(5, r, 2)$, $(6, r, 3)$ 이므로 개수는 3
(p, r, q)가 $(4, r, 1)$일 때
① $r=4$ 또는 $r=1$인 경우
4, 4, 1과 4, 1, 1을 일렬로 나열하는 방법의 수는 $\dfrac{3!}{2!}+\dfrac{3!}{2!}$
② $r\neq4$이고 $r\neq1$인 경우
r는 3 또는 2이므로 r의 개수는 2
p, r, q를 일렬로 나열하는 방법의 수는 ${}_3\mathrm{P}_3=3!$이므로 $2\times3!$
①, ②에 의하여
4, r, 1을 일렬로 나열하는 방법의 수는
$\dfrac{3!}{2!}+\dfrac{3!}{2!}+2\times3!$
$(5, r, 2)$, $(6, r, 3)$일 때에도 같은 방법으로 구하면 각각 $\dfrac{3!}{2!}+\dfrac{3!}{2!}+2\times3!$
그러므로 $k=3$인 경우
순서쌍 (x_1, x_2, x_3)의 개수는
$3\times\left(\dfrac{3!}{2!}+\dfrac{3!}{2!}+2\times3!\right)$

그러므로
$\mathrm{P}(X=k)$
$=\dfrac{1}{6^3}\times(6-k)\times\left\{\dfrac{3!}{2!}+\dfrac{3!}{2!}+(\boxed{k-1})\times3!\right\}$
(1), (2)에 의하여 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$는 다음과 같다.
$\mathrm{E}(X)=\displaystyle\sum_{k=0}^{5}\{k\times\mathrm{P}(X=k)\}$
$=\dfrac{1}{6^2}\displaystyle\sum_{k=1}^{5}(\boxed{6k^2-k^3})=\dfrac{35}{12}$

$a=6$, $f(k)=k-1$, $g(k)=6k^2-k^3$
따라서 $\dfrac{f(5)\times g(3)}{a}=\dfrac{4\times27}{6}=18$

20. [출제의도] 정적분의 성질을 활용하여 참, 거짓 추론하기

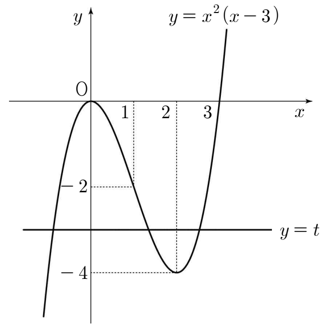
ㄱ. $g'(x)=xf(x)$이므로 $g'(0)=0$ (참)
ㄴ. 함수 $g(x)$가 닫힌 구간 $[0, \alpha]$에서 연속, 열린 구간 $(0, \alpha)$에서 미분가능, $g(0)=g(\alpha)=0$이므로 롤의 정리에 의하여 $g'(c)=cf(c)=0$인 c가 열린 구간 $(0, \alpha)$에 적어도 하나 존재한다.
$c\neq0$이므로 $f(c)=0$
따라서 방정식 $f(x)=0$은 열린 구간 $(0, \alpha)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다. (참)
ㄷ. $\beta>0$이고 $g(\beta)=0$이므로 ㄴ에 의하여 $f(\gamma)=0$인 $\gamma\,(0<\gamma<\beta)$가 존재한다.
$f(x)=a(x-\gamma)(x-\beta)$ $(a>0)$이고
$S_1=\displaystyle\int_0^{\gamma}|xf(x)|\,dx$, $S_2=\displaystyle\int_{\gamma}^{\beta}|xf(x)|\,dx$라 하면 $y=xf(x)$의 그래프는 다음과 같다.



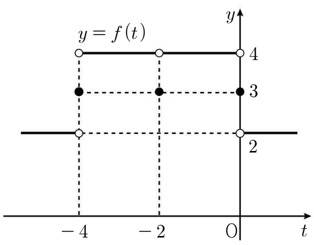
$g(\beta)=\displaystyle\int_0^{\beta}tf(t)\,dt=S_1-S_2=0$ 이므로
$S_1=S_2$이다.
$\displaystyle\int_{\beta}^{x}tf(t)dt=g(x)-g(\beta)$
$=g(x)=\displaystyle\int_0^{x}tf(t)\,dt\ge0$
이므로, 모든 실수 x에 대하여 $\displaystyle\int_{\beta}^{x}tf(t)\,dt\ge0$ (참)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. [출제의도] 함수의 연속성을 활용하여 추론하기

$(x-1)\{x^2(x-3)-t\}=0$
$x=1$ 또는 $x^2(x-3)-t=0$
$x^2(x-3)-t=0$의 서로 다른 실근의 개수는 $y=x^2(x-3)$의 그래프와 직선 $y=t$의 교점의 개수와 같다.



따라서 $y=f(t)$의 그래프는 다음과 같다.



함수 $f(t)$가 $t=-4$, -2, 0에서 불연속이다.
함수 $f(t)g(t)$가 실수 전체의 집합에서 연속이기 위해서는 $t=-4$, -2, 0에서 연속이어야 한다.
$t=-4$일 때,
$\displaystyle\lim_{t\to-4-}f(t)g(t)=2g(-4)$,
$\displaystyle\lim_{t\to-4+}f(t)g(t)=4g(-4)$,
$f(-4)g(-4)=3g(-4)$이고
함수 $f(t)g(t)$가 $t=-4$에서 연속이므로
$2g(-4)=4g(-4)=3g(-4)$
따라서 $g(-4)=0$
같은 방법으로 $g(-2)=g(0)=0$
(가)에서 $g(x)$가 삼차 이하의 다항함수이므로
$g(x)=ax(x+2)(x+4)$ $(a\neq0)$이라 하면
(나)에서 $g(-3)=6$이므로 $a=2$
$g(x)=2x(x+2)(x+4)$
따라서 $g(1)=30$

22. [출제의도] 등비수열 이해하기

공비를 r라 하면 $r=2$
따라서 $a_5=a_3\times r^2=8\times2^2=32$

23. [출제의도] 순열과 조합 계산하기

${}_5\mathrm{P}_2+{}_4\mathrm{C}_3=20+4=24$

24. [출제의도] 함수의 연속성 이해하기

$\displaystyle\lim_{x\to2-}f(x)=12$,
$\displaystyle\lim_{x\to2+}f(x)=4+2a-4=2a$,
$f(2)=2a$이므로 $12=2a$
따라서 $a=6$

25. [출제의도] 적분과 미분의 관계 이해하기

$f'(x)=3x^2+5$
$\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=f'(2)$
따라서 $\displaystyle\lim_{x\to2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=17$

26. [출제의도] 수열의 합과 일반항 사이의 관계

이해하기

등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항이 2, 공차가 4이므로
일반항 $a_n = 4n-2$, $a_5 = 18$

$a_5b_5 = \sum_{k=1}^{5} a_kb_k - \sum_{k=1}^{4} a_kb_k = 270$

따라서 $b_5 = \frac{270}{18} = 15$

27. [출제의도] 도함수를 활용하여 문제해결하기

$f(x) = (x+2t)x(x-t) = x^3 + tx^2 - 2t^2x$

$f'(x) = 3x^2 + 2tx - 2t^2$

$f'(4) = -2t^2 + 8t + 48$

$\quad = -2(t-2)^2 + 56$

따라서 $f'(4)$의 최댓값은 $t=2$일 때 56

28. [출제의도] 중복조합을 활용하여 문제해결하기

조건을 만족시키는 자연수는 각 자리의 수의 합이 8보다 작은 네 자리의 홀수이므로 일의 자리의 수는 1, 3, 5이다.
이 네 자리의 자연수를
$a\times 10^3 + b\times 10^2 + c\times 10 + d \ (a \neq 0)$이라 하자.

(ⅰ) $d=1$인 경우
부등식 $a+b+c \le 6 \ (a \ge 1)$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 순서쌍 (a, b, c)의 개수와 같으므로

$a+b+c = 6 \ (a \ge 1)$일 때, ${}_3\mathrm{H}_5$

$a+b+c = 5 \ (a \ge 1)$일 때, ${}_3\mathrm{H}_4$

$\vdots$

$a+b+c = 1 \ (a \ge 1)$일 때, ${}_3\mathrm{H}_0$

${}_3\mathrm{H}_5 + {}_3\mathrm{H}_4 + \cdots + {}_3\mathrm{H}_0 = {}_7\mathrm{C}_5 + {}_6\mathrm{C}_4 + \cdots + {}_2\mathrm{C}_0$
$\qquad = 56$

(ⅱ) $d=3$인 경우
부등식 $a+b+c \le 4 \ (a \ge 1)$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 순서쌍 (a, b, c)의 개수와 같으므로 (ⅰ)과 같은 방법으로

${}_3\mathrm{H}_3 + {}_3\mathrm{H}_2 + {}_3\mathrm{H}_1 + {}_3\mathrm{H}_0 = {}_5\mathrm{C}_3 + {}_4\mathrm{C}_2 + {}_3\mathrm{C}_1 + {}_2\mathrm{C}_0$
$\qquad = 20$

(ⅲ) $d=5$인 경우
부등식 $a+b+c \le 2 \ (a \ge 1)$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 순서쌍 (a, b, c)의 개수와 같으므로 (ⅰ)과 같은 방법으로

${}_3\mathrm{H}_1 + {}_3\mathrm{H}_0 = {}_3\mathrm{C}_1 + {}_2\mathrm{C}_0 = 4$

따라서 조건을 만족시키는 자연수의 개수는 80

(다른 풀이)

(ⅰ) $d=1$인 경우
$a+b+c \le 6 \ (a \ge 1)$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 순서쌍 (a, b, c)의 개수는
$a+b+c+e = 6 \ (a \ge 1)$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, e의 순서쌍 (a, b, c, e)의 개수와 같다.
그러므로 ${}_4\mathrm{H}_5 = {}_8\mathrm{C}_5 = 56$

(ⅱ) $d=3$인 경우
$a+b+c \le 4 \ (a \ge 1)$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 순서쌍 (a, b, c)의 개수는
$a+b+c+e = 4 \ (a \ge 1)$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, e의 순서쌍 (a, b, c, e)의 개수와 같다.
그러므로 ${}_4\mathrm{H}_3 = {}_6\mathrm{C}_3 = 20$

(ⅲ) $d=5$인 경우
$a+b+c \le 2 \ (a \ge 1)$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 순서쌍 (a, b, c)의 개수는
$a+b+c+e = 2 \ (a \ge 1)$을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, e의 순서쌍 (a, b, c, e)의 개수와 같다.
그러므로 ${}_4\mathrm{H}_1 = {}_4\mathrm{C}_1 = 4$

따라서 조건을 만족시키는 자연수의 개수는 80

29. [출제의도] 수열의 극한의 성질을 활용하여 문제해결하기

접선 l_n의 방정식은 $y = 2nx - n^2$이므로
$\mathrm{Y}_n(0, -n^2)$

직선 l_n이 x축과 만나는 점을 X_n이라 하면
$\mathrm{X}_n\left(\frac{1}{2}n, 0\right)$

$\overline{\mathrm{OX}_n} = \frac{1}{2}n$

$\overline{\mathrm{X}_n\mathrm{Q}_n} = \overline{\mathrm{X}_n\mathrm{P}_n} = \sqrt{n^4 + \frac{1}{4}n^2}$

$\overline{\mathrm{Y}_n\mathrm{R}_n} = \overline{\mathrm{Y}_n\mathrm{P}_n} = \sqrt{4n^4 + n^2}$

이므로

$$\alpha = \lim_{n\to\infty} \frac{\overline{\mathrm{OQ}_n}}{\overline{\mathrm{Y}_n\mathrm{R}_n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\overline{\mathrm{OX}_n} + \overline{\mathrm{X}_n\mathrm{Q}_n}}{\overline{\mathrm{Y}_n\mathrm{R}_n}}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{2}n + \sqrt{n^4 + \frac{1}{4}n^2}}{\sqrt{4n^4 + n^2}}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{2n} + \sqrt{1 + \frac{1}{4n^2}}}{\sqrt{4 + \frac{1}{n^2}}} = \frac{1}{2}$$

따라서 $100\alpha = 50$

30. [출제의도] 조합을 활용하여 문제해결하기

집합 $D = \{(x, y) \mid 0 \le x \le n, \ 0 \le y \le \sqrt{x}\}$라 하면 D의 원소 중 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점을 다음과 같은 4개의 집합으로 분류할 수 있다.

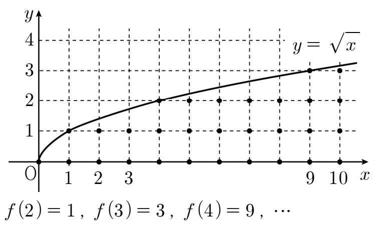
$S_1 = \{(x, y) \mid x, \ y$는 홀수$\}$

$S_2 = \{(x, y) \mid x$는 홀수, y는 짝수 또는 $0\}$

$S_3 = \{(x, y) \mid x$는 짝수 또는 0, y는 홀수$\}$

$S_4 = \{(x, y) \mid x, \ y$는 짝수 또는 $0\}$

서로 다른 두 점의 중점의 x좌표와 y좌표가 모두 정수이기 위해서는 위의 4개의 집합 중 하나에서 서로 다른 두 원소를 선택해야 한다.



$f(2) = 1$, $f(3) = 3$, $f(4) = 9$, $\cdots$

$f(9)$를 구하면

(ⅰ) 집합 S_1에서 선택하는 경우
$(1, 1)$, $(3, 1)$, $(5, 1)$, $(7, 1)$, $(9, 1)$, $(9, 3)$ 중 서로 다른 두 점을 선택해야 하므로 ${}_6\mathrm{C}_2 = 15$

(ⅱ) 집합 S_2에서 선택하는 경우
$(1, 0)$, $(3, 0)$, $(5, 0)$, $(5, 2)$, $(7, 0)$, $(7, 2)$, $(9, 0)$, $(9, 2)$ 중 서로 다른 두 점을 선택해야 하므로 ${}_8\mathrm{C}_2 = 28$

(ⅲ) 집합 S_3에서 선택하는 경우
$(2, 1)$, $(4, 1)$, $(6, 1)$, $(8, 1)$ 중 서로 다른 두 점을 선택해야 하므로 ${}_4\mathrm{C}_2 = 6$

(ⅳ) 집합 S_4에서 선택하는 경우
$(0, 0)$, $(2, 0)$, $(4, 0)$, $(4, 2)$, $(6, 0)$, $(6, 2)$, $(8, 0)$, $(8, 2)$ 중 서로 다른 두 점을 선택해야 하므로 ${}_8\mathrm{C}_2 = 28$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ), (ⅳ)에 의하여
$f(9) = 15 + 28 + 6 + 28 = 77$

같은 방법으로
$f(10) = {}_6\mathrm{C}_2 + {}_8\mathrm{C}_2 + {}_6\mathrm{C}_2 + {}_{10}\mathrm{C}_2 = 103$

$f(n) < f(n+1)$이므로 n의 최댓값은 9

(참고)

2 이상의 자연수 n에 대하여 각 집합의 원소의 개수는 다음과 같다.

n	$n(S_1)$	$n(S_2)$	$n(S_3)$	$n(S_4)$
2	1	1	1	2
3	2	2	1	2
4	2	2	2	4
5	3	4	2	4
6	3	4	3	6
7	4	6	3	6
8	4	6	4	8
9	6	8	4	8
10	6	8	6	10
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

따라서 $f(n)$은 다음과 같다.

$f(2) = {}_2\mathrm{C}_2 = 1$

$f(3) = {}_2\mathrm{C}_2 + {}_2\mathrm{C}_2 + {}_2\mathrm{C}_2 = 3$

$f(4) = {}_2\mathrm{C}_2 + {}_2\mathrm{C}_2 + {}_2\mathrm{C}_2 + {}_4\mathrm{C}_2 = 9$

$f(5) = {}_3\mathrm{C}_2 + {}_4\mathrm{C}_2 + {}_2\mathrm{C}_2 + {}_4\mathrm{C}_2 = 16$

$f(6) = {}_3\mathrm{C}_2 + {}_4\mathrm{C}_2 + {}_3\mathrm{C}_2 + {}_6\mathrm{C}_2 = 27$

$f(7) = {}_4\mathrm{C}_2 + {}_6\mathrm{C}_2 + {}_3\mathrm{C}_2 + {}_6\mathrm{C}_2 = 39$

$f(8) = {}_4\mathrm{C}_2 + {}_6\mathrm{C}_2 + {}_4\mathrm{C}_2 + {}_8\mathrm{C}_2 = 55$

$f(9) = {}_6\mathrm{C}_2 + {}_8\mathrm{C}_2 + {}_4\mathrm{C}_2 + {}_8\mathrm{C}_2 = 77$

$f(10) = {}_6\mathrm{C}_2 + {}_8\mathrm{C}_2 + {}_6\mathrm{C}_2 + {}_{10}\mathrm{C}_2 = 103$