

제 2 교시

수학 영역 (나형)

5지선다형

1. $8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1=3$, $a_2=5$ 일 때, a_4 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. $\log 10^3$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. $\tan \frac{5}{4}\pi$ 의 값은? [3점]

- ① $-\sqrt{3}$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\sqrt{3}$

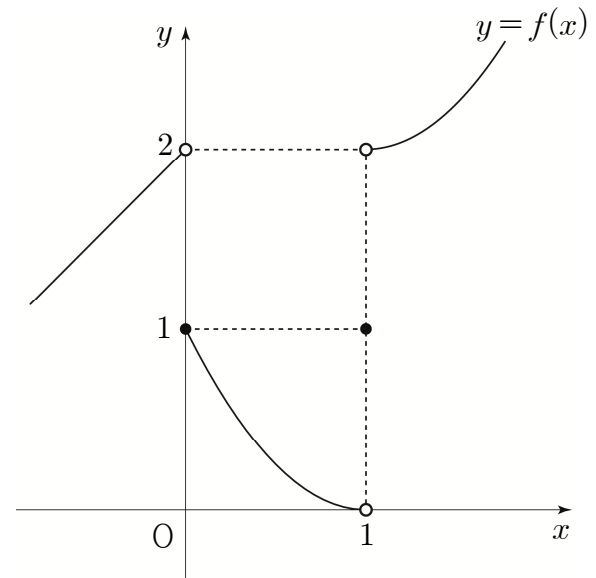
5. 반지름의 길이가 3, 중심각의 크기가 $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴의 호의 길이는? [3 점]

- ① π ② $\frac{4}{3}\pi$ ③ $\frac{5}{3}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{7}{3}\pi$

6. 함수 $f(x) = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 3$ 의 최솟값은? [3 점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(0) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3 점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 정의역이 $\{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$ 인
함수 $f(x) = 5^{x-2} + 3$ 의 최댓값은? [3 점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

9. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} (2a_n - b_n) = 7, \quad \sum_{n=1}^{10} (a_n + b_n) = 5$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} (a_n - 2b_n)$ 의 값은? [3 점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, 방정식

$$2 \sin x - 1 = 0$$

의 모든 해의 합은? [3 점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3}{2}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

11. 자연수 n 에 대하여

직선 $y = -2x + n^2 + 1$ 의 x 절편을 x_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^8 x_n$ 의 값은? [3점]

- ① 104 ② 105 ③ 106 ④ 107 ⑤ 108

12. 선분 BC의 길이가 5이고, $\angle BAC = \frac{\pi}{6}$ 인 삼각형 ABC의
외접원의 반지름의 길이는? [3점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

13. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 3$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (n \text{ 이 홀수인 경우}) \\ 2a_n & (n \text{ 이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. a_6 의 값은? [3 점]

- ① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

14. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 a_9 = 16$$

일 때, $a_3 a_7 + a_4 a_6$ 의 값은? [4 점]

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

15. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

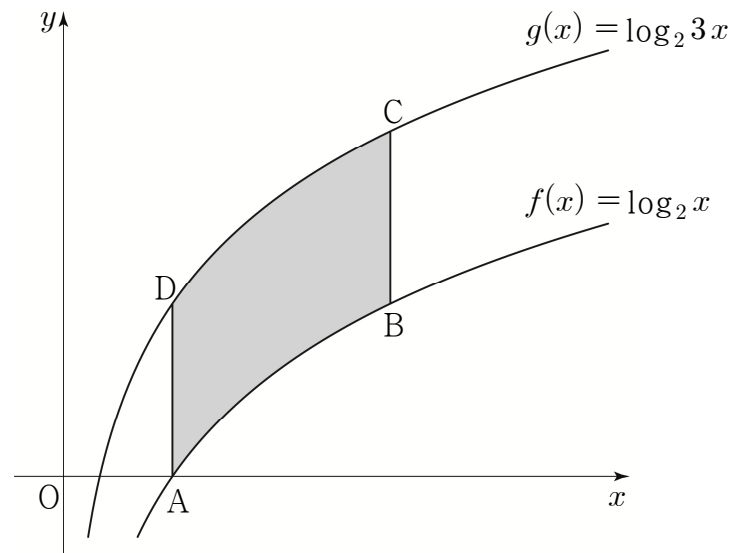
$$a_n = {}_{n+1}C_2$$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^9 \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{5}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{17}{10}$ ⑤ $\frac{9}{5}$

16. 그림과 같이 두 함수 $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = \log_2 3x$ 의 그래프 위에 네 점 $A(1, f(1))$, $B(3, f(3))$, $C(3, g(3))$, $D(1, g(1))$ 이 있다.

두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프와 선분 AD, 선분 BC로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]



- ① 3 ② $2\log_2 3$ ③ 4
 ④ $3\log_2 3$ ⑤ 5

17. 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$\log_n 4 \times \log_2 9$$

의 값이 자연수가 되도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 93 ② 94 ③ 95 ④ 96 ⑤ 97

18. 일반항이 $a_n = n^2$ 인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$(n+1)S_n - \sum_{k=1}^n S_k = \sum_{k=1}^n k^3 \quad \dots\dots (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n = 1$ 일 때,
 (좌변) $= 2S_1 - S_1 = 1$, (우변) $= 1$ 이므로
 (*)이 성립한다.

(ii) $n = m$ 일 때 (*)이 성립한다고 가정하면

$$(m+1)S_m - \sum_{k=1}^m S_k = \sum_{k=1}^m k^3 \text{ 이다.}$$

$n = m+1$ 일 때 (*)이 성립함을 보이자.

$$\begin{aligned}
 & (m+2)S_{m+1} - \sum_{k=1}^{m+1} S_k \\
 &= \boxed{(가)} S_{m+1} - \sum_{k=1}^m S_k \\
 &= \boxed{(가)} S_m + \boxed{(나)} - \sum_{k=1}^m S_k \\
 &= \sum_{k=1}^{m+1} k^3 \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

따라서 $n = m+1$ 일 때도 (*)이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 주어진 식은 모든 자연수 n 에 대하여 성립한다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때, $f(2)+g(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

19. 실수 k 에 대하여 지수함수 $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)의 그래프를 x 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 함수를 $y = f(x)$ 라 하자.
함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여 $f(2+x)f(2-x) = 1$ 이다.

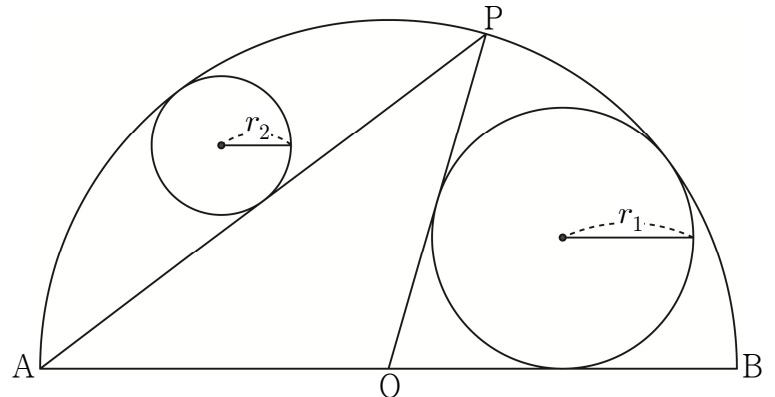
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(2) = 1$
 ㄴ. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점의 개수는 2이다.
 ㄷ. 모든 실수 t 에 대하여 $f(t+1) - f(t) < f(t+2) - f(t+1)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 O인 반원이 있다.
호 AB 위에 점 P를 $\cos(\angle BAP) = \frac{4}{5}$ 가 되도록 잡는다.
부채꼴 OBP에 내접하는 원의 반지름의 길이가 r_1 , 호 AP를 이등분하는 점과 선분 AP의 중점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 반지름의 길이가 r_2 일 때, $r_1 r_2$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{3}{40}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{3}{20}$ ⑤ $\frac{7}{40}$

21. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{n=1}^5 a_n = 2 \left \sum_{n=1}^{10} a_n \right $ (나) $a_3 a_6 > 0$
--

$\frac{a_{21}}{a_1}$ 의 값은? [4점]

- ① -5 ② $-\frac{17}{4}$ ③ $-\frac{7}{2}$ ④ $-\frac{11}{4}$ ⑤ -2

단답형

22. $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 9$ 일 때, a_5 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이차방정식 $x^2 - 24x + 10 = 0$ 의 두 근 α, β 에 대하여 세 수 α, k, β 가 이 순서대로 등차수열을 이룬다. 상수 k 의 값을 구하시오. [3 점]

25. 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

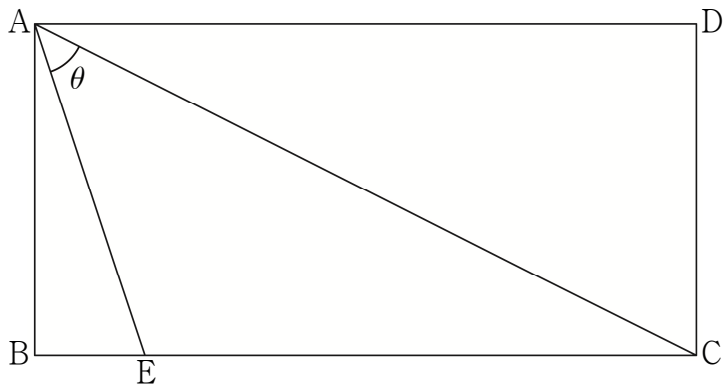
$$\sum_{n=1}^5 a_n = 310$$

을 만족시킬 때, a_7 의 값을 구하시오. [3 점]

26. 2 이상의 자연수 n 에 대하여

넓이가 $\sqrt[3]{64}$ 인 정사각형의 한 변의 길이를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(4) \times f(12)$ 의 값을 구하시오. [4 점]

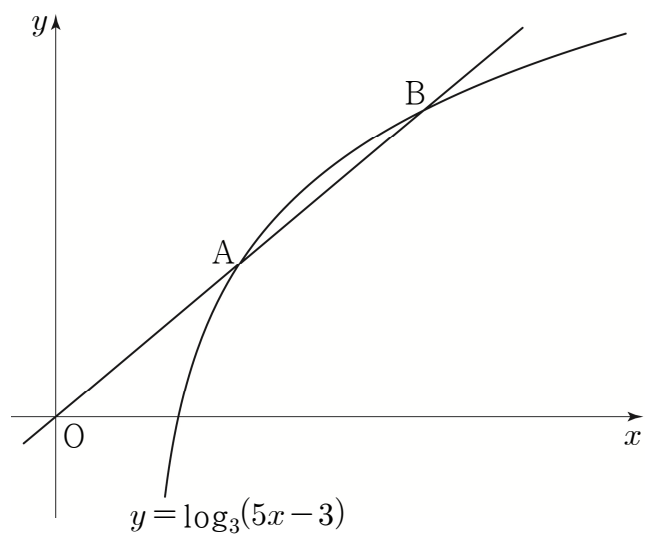
27. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=6$ 인 직사각형 ABCD에서 선분 BC를 1:5로 내분하는 점을 E라 하자. $\angle EAC = \theta$ 라 할 때, $50 \sin \theta \cos \theta$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. 곡선 $y = \log_3(5x-3)$ 위의 서로 다른 두 점 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

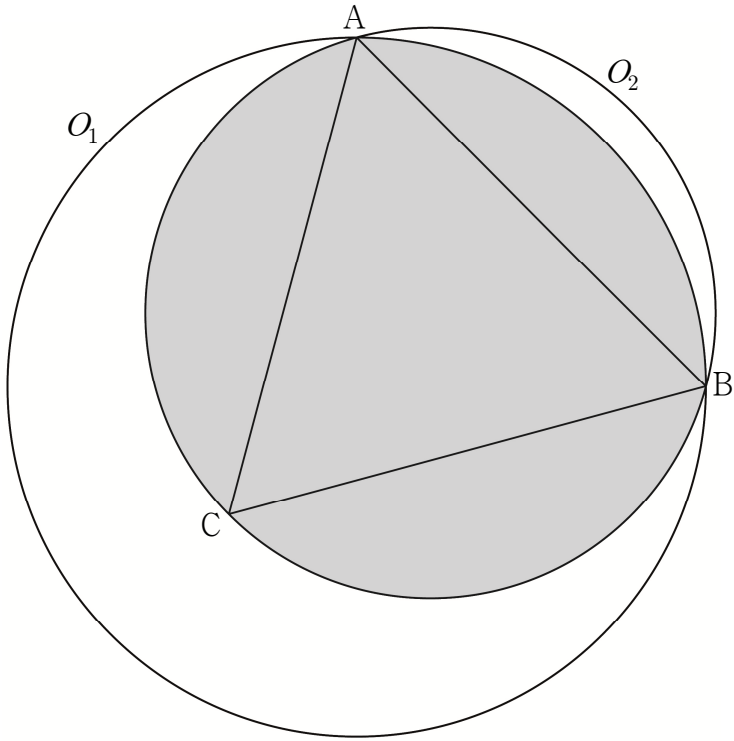
(가) 세 점 O, A, B는 한 직선 위에 있다.
 (나) $\overline{OA} : \overline{OB} = 1 : 2$

직선 AB의 기울기가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, O는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원 O_1 이 있다.

원 O_1 위에 서로 다른 두 점 A, B를 $\overline{AB}=6\sqrt{2}$ 가 되도록 잡고, 원 O_1 의 내부에 점 C를 삼각형 ACB가 정삼각형이 되도록 잡는다. 정삼각형 ACB의 외접원을 O_2 라 할 때, 원 O_1 과 원 O_2 의 공통부분의 넓이는 $p+q\sqrt{3}+r\pi$ 이다. $p+q+r$ 의 값을 구하시오. (단, p, q, r 는 유리수이다.) [4 점]



30. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = x^2 + n$$

이다. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=mx$ 가 만나도록 하는 자연수 m 의 최솟값을 a_n 이라 하자.

$a_n < a_{n+1}$ 을 만족시키는 33 이하의 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [4 점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.