제6장 재료 역학 핵심요약

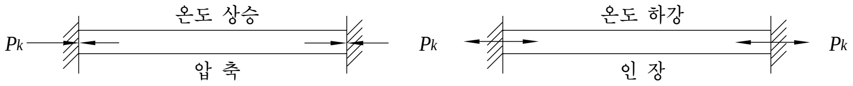
1 응 력

1) 수직응력

① 축방향응력
- 인장응력 : $\sigma_t = \dfrac{P}{A}$
- 압축응력 : $\sigma_c = -\dfrac{P}{A}$

$\xrightarrow{\text{설계}(\sigma=\sigma_a)}$ $P=\sigma_a \cdot A$, $A=\dfrac{P}{\sigma_a}$

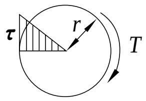
* 온도응력 : $\sigma_k = E\alpha\Delta t$ → 온도에 의한 축방향력 : $P_k=\sigma_k \cdot A = E\,\alpha \cdot \Delta t A$



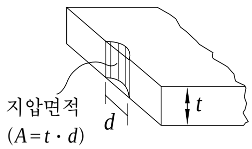
2) 전단응력(접선응력)

① 직접전단(레벳, 볼트)
- 일면전단 : $\tau = \dfrac{P}{A} = \dfrac{4P}{\pi d^2} \xrightarrow{\text{전단강도}} F_s=\tau_a \dfrac{\pi d^2}{4}$
- 이면전단 : $\tau = \dfrac{P}{2A} = \dfrac{2P}{\pi d^2} \xrightarrow{\text{전단강도}} F_s=\tau_a \dfrac{\pi d^2}{2}$

* 비틀림 응력 : $\tau = \dfrac{T \cdot r}{J} = \dfrac{T \cdot r}{I_P} = \dfrac{16T}{\pi d^2}$



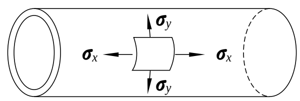
* 지압 응력 : $\sigma_b = \dfrac{P}{A} = \dfrac{P}{t \cdot d} \xrightarrow{\text{지압강도}} F_b=\sigma_{ba} \times t \times d$



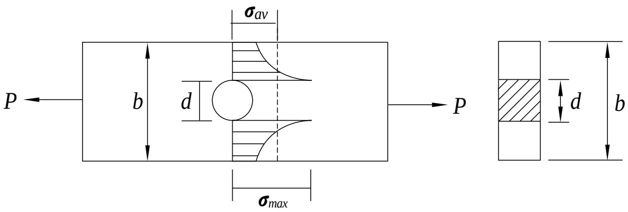
3) 기타응력

① 원환응력(원주응력) : $\sigma_y = \dfrac{P \cdot r}{t} = \dfrac{P \cdot D}{2t}$

② 원축응력 : $\sigma_x = \dfrac{P \cdot r}{2t} = \dfrac{P \cdot D}{4t}$(즉, $\sigma_x = \dfrac{1}{2}\sigma_y$)



4) 응력집중



$\sigma_{max} = K\dfrac{P}{t(b-d)} = K \cdot \sigma_{av}$

* 응력집중계수 : $K=\dfrac{\sigma_{max}}{\sigma_{av}}$

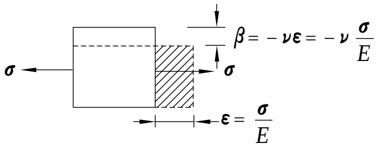
② 변형률

1) **축방향력에 의한 변형률** : 가로변형률 $\beta = \dfrac{\Delta d}{d}$, 세로변형률 $\varepsilon = \dfrac{\Delta \ell}{\ell}$

① 포와송 비의 효과 : 재료에 축응력이 작용시 그와 직각 방향에는 응력이 없어도 변형률이 생기는 현상

(i) 1축응력의 변형률 : 포와송 비$(\nu) = \dfrac{\text{가로변형률}(\beta)}{\text{세로변형률}(\varepsilon)} \xleftrightarrow{\text{역수관계}}$ 포와송 수$(\mathrm{m}) = \dfrac{\varepsilon}{\beta}$

$\nu = \dfrac{\beta}{\varepsilon} = \dfrac{\ell \cdot \Delta d}{d \cdot \Delta \ell} \rightarrow \boxed{\beta = \nu\varepsilon}$

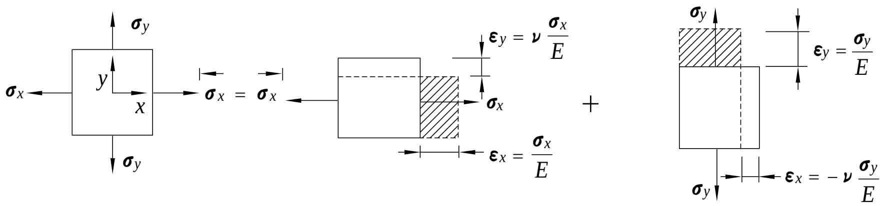


인장하중작용시	체적 변형률	$\varepsilon_V = \varepsilon(1-2\nu) = \dfrac{\sigma}{E}(1-2\nu)$	체적 변형량	$\Delta V = \varepsilon V(1-2\nu) = \dfrac{P\ell}{E}(1-2\nu)$
	면적 변형률	$\varepsilon_A = -2\nu\varepsilon = -\nu\dfrac{\sigma}{E}$	면적 변형량	$\Delta A = -2\nu\varepsilon A = -2\nu\dfrac{P}{E}$
	지름 줄음량	$\beta = \nu\varepsilon \rightarrow \Delta d = \nu\varepsilon d = \nu\dfrac{Pd}{EA} = \dfrac{4\nu P}{E\pi d}$		

* 온도에 의한 변형률 : $\varepsilon = \alpha \cdot \Delta t \xrightarrow{\text{온도의 응력}} \sigma_k = E\alpha \cdot \Delta t$

온도에 의한 변형률 : $\Delta \ell = \alpha \cdot \Delta t \cdot \ell$

(ii) 2축 응력의 변형률



· x 방향 변형률 : $\varepsilon_x = \dfrac{\sigma_x}{E} - \nu\dfrac{\sigma_y}{E}$

· y 방향 변형률 : $\varepsilon_y = \dfrac{\sigma_y}{E} - \nu\dfrac{\sigma_x}{E}$

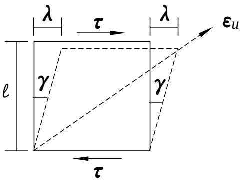
$\xrightarrow{\text{응력산출}}$ $\sigma_x = \dfrac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y)$, $\sigma_y = \dfrac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x)$

② 변형량 : $\varepsilon = \dfrac{\sigma}{E} \rightarrow \boxed{\Delta \ell = \dfrac{\sigma \cdot \ell}{E}}$ (σ : 평균응력)

(i) 자중에 의한 변형량 : $\Delta \ell = \dfrac{\gamma \ell^2}{2E} \xrightarrow{\text{자중에 의한 부재의 최대길이}} \sigma_{max} = \gamma \cdot \ell \quad \therefore\ \ell = \dfrac{\sigma_{max}}{\gamma}$

(ii) 외력에 의한 변형량 : $\Delta\ell=\dfrac{P\ell}{AE}$
- · 유연도(f) : 단위하중에 의한 변형 : $f=\dfrac{\ell}{AE}$
- · 강성도(k) : 단위변형을 일으키는데 필요한 힘 : $K=\dfrac{AE}{\ell}$

2) **전단변형률** : $\gamma=\dfrac{\lambda}{\ell}$ → 단위 : radian



* 전단변형률은 길이 변형률의 2배이다. : $\gamma=2\varepsilon_u$

3) **체적변형률** : 체적변형률은 길이 변형률의 3배이다 → $\varepsilon_v=3\varepsilon=3\dfrac{\Delta\ell}{\ell}$

③ Hooke법칙과 탄성계수와 포와송비의 관계

1) Hoooke의 법칙 : $\varepsilon=\dfrac{\sigma}{E}$, $\gamma=\dfrac{\tau}{G}$

① 영계수(탄성계수) : $E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon}=\dfrac{P\ell}{A\cdot\Delta\ell}$

② 강성계수(전단탄성계수) : $G=\dfrac{\tau}{\gamma}=\dfrac{S\cdot\ell}{A\cdot\lambda}$

2) **탄성계수와 포와송비의 관계**

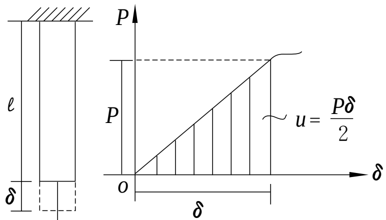
$$E=2G(1+\nu)=2K(1-2\nu)\rightarrow\begin{cases}G=\dfrac{E}{2(1+\nu)}=\dfrac{m\cdot E}{2(m+1)}\\[2ex] K=\dfrac{E}{3(1-2\nu)}=\dfrac{m\cdot E}{3(m-2)}\end{cases}$$

④ 안전율

1) **취성재료** : 작은 변형에도 파괴되는 성질 → 안전율(s) = $\dfrac{\text{극한응력}(\sigma_u)}{\text{허용응력}(\sigma_a)}\geqq 1.0$

2) **연성재료** : 파괴가 일어나기까지 큰 변형에 견디는 성질 → 안전율(s) = $\dfrac{\text{항복응력}(\sigma_y)}{\text{허용응력}(\sigma_a)}\geqq 1.0$

⑤ 변형에너지와 충격응력



1) **변형에너지**(내력일)

① 축력에 의한 외력일 : $u=\dfrac{P\delta}{2}$

② 축력에 의한 내력일 : $u=\dfrac{P\delta}{2}$
- $(\delta=\dfrac{P\ell}{AE})\rightarrow u=\dfrac{P^2\ell}{2AE}\rightarrow u=\dfrac{\sigma^2}{2E}A\ell$ → 하중(응력)의 함수
- $(P=\dfrac{AE}{\ell})\rightarrow u=\dfrac{AE\delta^2}{2\ell}$ → 신장량의 함수

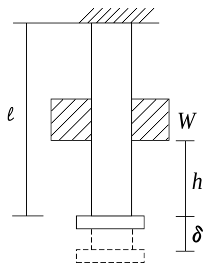
2) **충격응력 및 충격신장량**

① 충격응력(σ_i) : $w(h+\delta_o) = \dfrac{\sigma_i^2}{2E}A\ell \rightarrow \sigma_i = \sqrt{\dfrac{2Ew(h+\delta_o)}{A\ell}}$

$\therefore\ \sigma_i = \dfrac{w}{A}\left(1+\sqrt{1+\dfrac{2h}{\delta_o}}\right) = \delta_o \boxed{\left(1+\sqrt{1+\dfrac{2h}{\delta_o}}\right)}$ ←충격계수

② 충격신장량(δ_i) : $w(h+\delta_o) = \dfrac{AE\delta_i^2}{2\ell} \rightarrow \delta_i = \sqrt{\dfrac{2w\ell(h+\delta_o)}{AE}}$

$\therefore\ \delta_i = \dfrac{w\ell}{AE}\left(1+\sqrt{1+\dfrac{2h}{\delta_o}}\right) = \delta_o \boxed{\left(1+\sqrt{1+\dfrac{2h}{\delta_o}}\right)}$ ←충격계수



* 하중을 갑자기 작용시키는 경우 응력 및 신장량은 정적으로 가해질 응력 및 신장량의 2배가 된다.(h=0) 즉, $\sigma_i = 2\sigma_o = 2\left(\dfrac{w}{A}\right)$, $\delta_i = 2\delta_o = 2\left(\dfrac{w\ell}{AE}\right)$

6 조합응력(경사면의 응력)

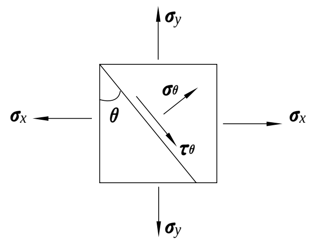
1) **1축 응력**

경사단면의 응력
- 수직응력(법선응력) : $\sigma_\theta = \dfrac{P}{A}\cos^2\theta$
- 전단응력(접선응력) : $\tau_\theta = \dfrac{P}{2A}\sin 2\theta$

· 최대 수직응력은 $\theta=0°$일 때 : $\sigma_{max} = \dfrac{P}{A}$
· 최대 전단응력은 $\theta=45°$일 때 : $\tau_{max} = \dfrac{P}{2A} = \dfrac{\sigma}{2}$
· 수직응력과 전단응력이 같아지는 θ의 값은 45°일 때 : $\sigma_{45°} = \dfrac{P}{2A}$, $\tau_{45°} = \dfrac{P}{2A}$

2) **2축 응력**

경사면의 응력
- 수직응력 : $\sigma_\theta = \dfrac{\sigma_x+\sigma_y}{2} + \dfrac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\cos^2\theta$
- 전단응력 : $\tau_\theta = \dfrac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\sin 2\theta$



· 최대 수직응력 : $\sigma_{max} = \sigma_x$

· 최대 전단응력 : $\tau_{max} = \dfrac{\sigma_x-\sigma_y}{2}$

3) **평면 응력**

① 경사면의 응력

- 수직응력 : $\sigma_\theta = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta - \tau_{xy}\sin 2\theta$
- 전단응력 : $\tau_\theta = \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$

② 주응력

- 최대 주응력(최대 수직응력) : $\sigma_1 = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \dfrac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$
- 최소 주응력(최소 수직응력) : $\sigma_2 = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \dfrac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$
- 주면의 경사각 : $\tan\theta_p = \dfrac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$

③ 주전단응력

- 최대 주전단응력 : $\tau_1 = \dfrac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$
- 최소 주전단응력 : $\tau_2 = -\dfrac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$
- 주전단면의 경사각 : $\tan 2\theta_s = -\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$