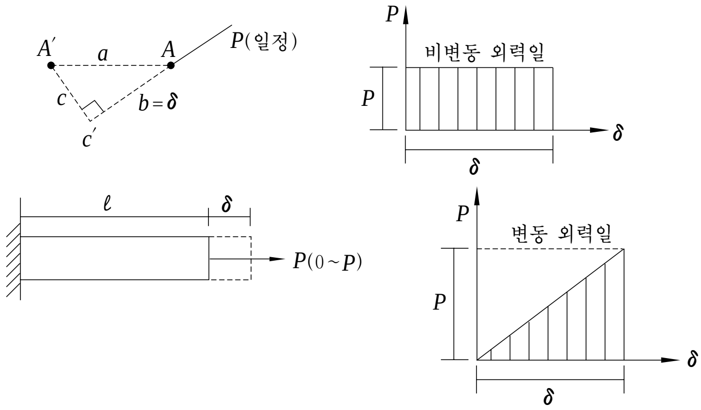
제10장 에너지방법 핵심요약

① 외력일

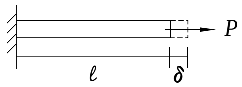
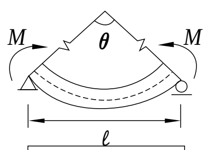
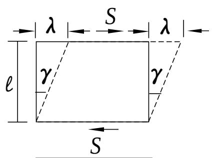
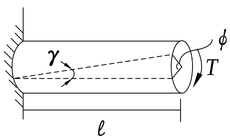
1) **비변동 외력일** : $W = P \cdot \delta$

2) **변동 외력일** : $W = \frac{1}{2} P \cdot \delta$

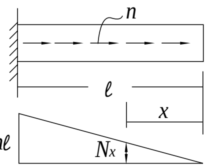
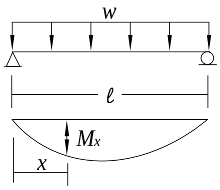
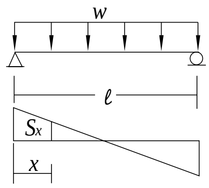
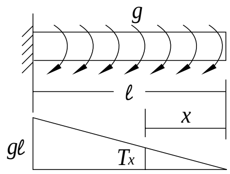
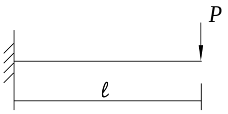
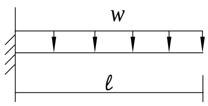
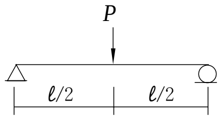
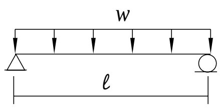


② 내력일(변형에너지)

1) **단면적이 일정한 경우**

	축방향력	휨모멘트	전단력	비틀림모멘트
	 A.F.D P	 B.M.D M	 S.F.D S	 T.M.D
내력일 (변형에너지)	하중의 함수 $u = \frac{P^2\ell}{2EA}$ 신장량의 함수 $u = \frac{EA\delta^2}{2\ell}$	$u = \frac{M^2\ell}{2EI}$	$u = \frac{S^2\ell}{2GA}$	$u = \frac{T^2\ell}{2GJ}$
레질리언스계수	$u_R = \frac{\sigma^2}{2E}$	$u_R = \frac{\sigma^2}{2E}$	$u_R = \frac{\tau^2}{2G}$	$u_R = \frac{\tau^2}{4G}$

2) **단면적이 일정하지 않는 경우**

	축방향력	휨모멘트	전단력	비틀림모멘트
내력일 (변형에너지)	 $u=\int_0^{\ell}\frac{N_x^2}{2EA}dx$	 $u=\int_0^{\ell}\frac{M_x^2}{2EI}dx$	 $u=\int_0^{\ell}f_s\frac{S_x^2}{2GA}dx$ * 형상계수 f_s의 값 구형단면 : $f_s=\frac{6}{5}$ 원형단면 : $f_s=\frac{10}{9}$	 $u=\int_0^{\ell}\frac{T_x^2}{2GJ}dx$
	캔·집	캔·등	단·집	단·등
				
휨 변형에너지	$u=\frac{P^2\ell^3}{6EI}$	$u=\frac{w^2\ell^5}{40EI}$	$u=\frac{P^2\ell^3}{96EI}$	$u=\frac{w^2\ell^5}{240EI}$
전단 변형에너지	$u=\frac{P^2\ell}{2GA}$	$u=\frac{w^2\ell^3}{6GA}$	$u=\frac{P^2\ell}{8GA}$	$u=\frac{w^2\ell^3}{24GA}$

③ 가상일의 원리

1) **보 · 라멘 · 아치의 변위계산**

① 처 짐 : $\delta_i=\int\frac{M\cdot m}{EI}dx$ (구하고자 하는 점에 단위하중 1작용)

② 처짐각 : $\theta_i=\int\frac{M\cdot m}{EI}dx$ (구하고자 하는 점에 단위모멘트 1작용)

M : 실제하중에 의한 휨모멘트

m : 가상하중(또는 모멘트)에 의한 휨모멘트

2) **트러스의 변위 계산**

① 처 짐 : $\delta_i=\Sigma\frac{F\cdot f}{EA}\ell$(구하고자 하는 점에 단위하중 1작용)

② 처짐각 : $\delta_i=\Sigma\frac{F\cdot f}{EA}\ell$(구하고자 하는 한 부재의 좌우에 $\frac{1}{\ell}$ 하중 작용)

F : 실제 하중에 의한 부재력

f : 가상 하중에 의한 부재력

④ Castigliano의 정리

1) **제1정리** : 미지력(또는 모멘트 구할 때 이용 ⇒ 변위법(강성도법) : 선형, 비선형 모두 적용가능 → 부정정 구조물 해석

· $P_i = \dfrac{\partial u}{\partial \delta} = \dfrac{\partial}{\partial \delta}\int \dfrac{M^2}{2EI}\,dx = \int \dfrac{M}{EI}\left(\dfrac{\partial M}{\partial \delta_i}\right)dx$ → (내 · 처 · 하)

· $M_i = \dfrac{\partial u}{\partial \theta} = \dfrac{\partial}{\partial \theta}\int \dfrac{M^2}{2EI}\,dx = \int \dfrac{M}{EI}\left(\dfrac{\partial M}{\partial \theta_i}\right)dx$ → (내 · 각 · 모)

2) **제2정리** : 처침, 처짐각을 구할 때 이용 ⇒ 응력법(유연도법) : 선형거둥하며 겹침의 원리가 적용되는 경우에만 사용

· $\delta_i = \dfrac{\partial u}{\partial P_i} = \dfrac{\partial}{\partial P}\int \dfrac{M^2}{2EI}\,dx = \int \dfrac{M}{EI}\left(\dfrac{\partial M}{\partial P_i}\right)dx$ → (내 · 하 · 처)

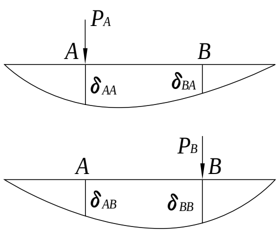
· $\delta_i = \dfrac{\partial u}{\partial M_i} = \dfrac{\partial}{\partial M}\int \dfrac{M^2}{2EI}\,dx = \int \dfrac{M}{EI}\left(\dfrac{\partial M}{\partial M_i}\right)dx$ → (내 · 모 · 각)

* 최소일의 원리 : 최소일의 원리는 카스틸리아노 제2정리의 특별한 경우로 부정정 구조물의 반력이나 모멘트 반력 계산에 이용한다. 즉 $\dfrac{\partial u}{\partial P}=0$ (내 · 하 · 영), $\dfrac{\partial u}{\partial M}=0$ (내 · 모 · 영)

⑤ 상반작용

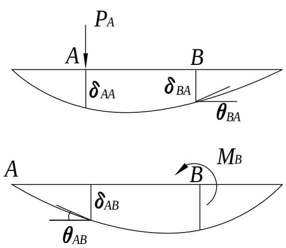
1) Betti **의 정리** : A점에 작용하는 하중으로 인한 B점의 처짐은 B점에 작용하는 하중으로 인한 A점의 처짐과 같다. 이는 모멘트와 처짐각에 대해서도 성립하며, 모멘트와 모멘트 관계에서도 성립한다.

① 집중하중의 상반작용



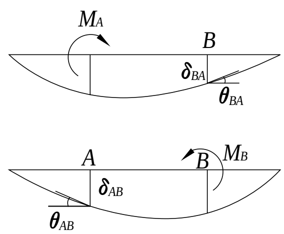
$P_A\delta_{AB} = P_B\delta_{BA}$

② 집중하중과 모멘트하중의 상반작용



$P_A\delta_{AB} = M_B\theta_{BA}$

③ 모멘트하중의 상반작용



$M_A \cdot \theta_{AB} = M_B\theta_{BA}$

2) Maxwell **의 정리** : Bett 의 법칙에서 $P_A = P_B = M_A = M_B = 1$로 놓은 식

① $\delta_{AB} = \delta_{BA}$ ② $\delta_{AB} = \theta_{BA}$ ③ $\theta_{AB} = \theta_{BA}$

＊응 용 : ·부정정 구조물을 해석할 때 변형일치법으로 응용 ·부정정 구조물의 영향선을 작도할 때 이용