

제7장 보의 응력 및 설계

핵심요약

① 휨응력

1) 휨모멘트만 작용한 경우의 휨응력 → 도심축 = 중립축

· 곡률반경 : $\rho = \frac{E \cdot I}{M} = R$

· 곡률 : $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$

① 휨응력의 일반식(임의 단면의 휨응력) : $\sigma = \pm \frac{M}{I} \cdot y$

② 최대휨응력(연응력) : $\sigma = \pm \frac{M}{I} \cdot y = \pm \frac{M}{Z}$

· 직사각형 단면 보 : $\sigma = \frac{6M}{bh^2}$ 설계($\sigma = \sigma_a$) $b = \frac{6M}{\sigma_a \cdot h^2}$, $h = \sqrt{\frac{6M}{\sigma_a \cdot b}}$

· 원형 단면보 : $\sigma = \frac{32M}{\pi D^3}$ 설계($\sigma = \sigma_a$) $D = \sqrt[3]{\frac{32M}{\sigma_a \cdot \pi}}$

③ 저항 모멘트(허용휨모멘트 = 최대 휨모멘트) : $Mr = \sigma_a \cdot Z$

2) 축방향력과 휨모멘트가 작용한 경우(편심하중을 받는 기둥의 경우와 같음.) → 도심축 ≠ 중립축

$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{I} y$ 중립축 위치 y $y = \frac{N \cdot I}{M \cdot A} = \frac{I}{A \cdot e}$ ($e = \frac{M}{N}$)

② 전단응력

① 전단응력의 일반식(임의 단면의 전단응력) : $\tau = \frac{S \cdot G}{I \cdot b}$

② 최대 전단응력 : $\tau_{max} = (\text{전단계수}) \times (\text{평균전단응력}) = \alpha_s \frac{S}{A}$

· 직사각형 단면 보 : 중립축에서 $\tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{S}{A}$

· 원형 단면 보 : 중립축에서 $\tau_{max} = \frac{4}{3} \frac{S}{A} = \frac{4}{3} \frac{S}{\pi r^2}$

· 삼각형 단면 보 : $\left\{ \begin{array}{l} \text{높이의 중앙}(\frac{h}{2}) \text{에서 } \tau_{max} = \frac{3}{2} \frac{S}{A} = \frac{3S}{bh} \\ \text{중립축}(\frac{h}{3}, \frac{2}{3}h) \text{에서 } \tau_{max} = \frac{4}{3} \cdot \frac{S}{A} = \frac{8}{3} \cdot \frac{S}{bh} \end{array} \right.$

③ 보의 주응력

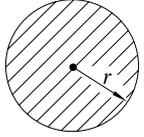
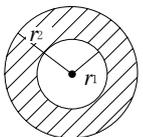
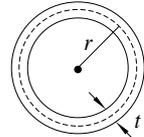
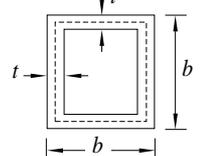
① 주응력(최대, 최소 수직응력) $\begin{cases} \sigma_{max} = \sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \text{ (최대인장)} \\ \sigma_{min} = \sigma_2 = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \text{ (최대압축)} \end{cases}$

* 주응력면(주면)의 경사각 : $\tan 2\theta_p = \frac{2\tau}{\sigma}$

② 주전단응력(최대, 최소 전단응력) $\begin{cases} \tau_{max} = \tau_1 = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \\ \tau_{min} = \tau_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \end{cases}$

* 주전단응력면(주전단면)의 경사각 : $\tan 2\theta_s = -\frac{\sigma}{2\tau}$

④ 비틀림응력 : $\tau = \frac{T \cdot C}{J}$ $\xrightarrow{\text{최대 비틀림 응력}}$ $\tau = \frac{T}{Z_p}$ (C :연거리, Z_p :극단면계수)

구 분	중실원형단면	중공원형단면	중공원형박판단면 ($t \ll r$)	중공원형박판단면
도 형				
비틀림상수(J)	$J = I_p = \frac{\pi d^4}{32}$	$J = I_p = \frac{\pi}{32} (d_2^4 - d_1^4)$	$J = \frac{3t \cdot Am^2}{L_n} = 2\pi r^3 t$	$J = \frac{4t \cdot Am^2}{L_n} = b^3 t$

⑤ 보의 소성이론

1) 소성회(비탄성회)

- ① 항복모멘트 = (항복응력) × (단면계수) → $M_y = \sigma_y \cdot Z$
- ② 소성모멘트 = (항복응력) × (소성단면계수) → $M_p = \sigma_y \cdot S$

2) 소성단면계수

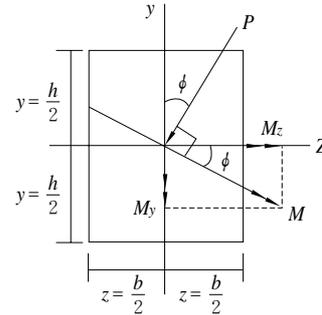
- ① 중립축 : 소성모멘트를 다룰 때의 중립축은 전체 면적을 똑같은 면적으로 이등분한 위치
- ② 소성단면계수(소성계수) : 중립축 상·하부분의 각 단면적의 중립축에 대한 단면 1차 모멘트의 합을 소성단면계수라 한다.

③ 형상계수 = $\frac{\text{소성모멘트}}{\text{항복모멘트}} = \frac{\text{소성계수}}{\text{단면계수}} \rightarrow f = \frac{M_p}{M_y} = \frac{\sigma_y \cdot S}{\sigma_y \cdot Z} = \frac{S}{Z}$

3) 소성해석

- ① 소성힌지 : 소성모멘트 이상의 휨모멘트를 전달할 수 없으므로 이들의 위치에 소성힌지가 형성된다. 즉, 소성힌지는 항상 최대휨모멘트가 생기는 단면에서 형성된다.
- ② 극한하중 : 소성힌지를 일으키는 데 요구되는 붕괴하중(극한 하중)

⑥ 비대칭 휨과 전단중심



1) 비대칭 휨 : 최대 휨응력

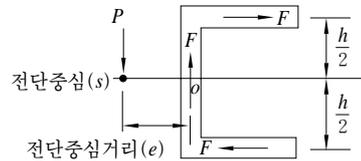
$$\sigma = \frac{M_z}{I_z} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot z = \frac{12M \cos \phi}{bh^2} \times \frac{h}{2} + \frac{12M \sin \phi}{b^3h} \times \frac{b}{2}$$

$$\therefore \sigma = \frac{6M}{bh} \left(\frac{\cos \phi}{h} + \frac{\sin \phi}{b} \right)$$

2) 전단중심(휨중심) : 전단응력의 합력이 작용하는 점(즉, 전단력이 작용하는 점)

① 전단중심거리(e) : $F \cdot \frac{h}{2} + F \cdot \frac{h}{2} = P \cdot e$

$$\therefore e = \frac{F \cdot h}{P}$$



② 전단 중심의 특성

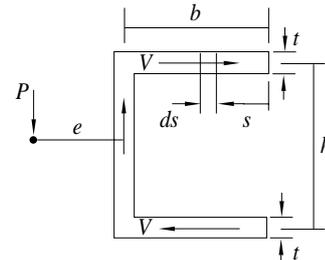
- 2축이 대칭인 단면의 전단 중심은 도심과 일치한다.
- 1축이 대칭인 단면의 전단중심은 그 대칭축 선상에 있다.
- 중심선이 1점에서 교차하는 개단면일 경우는 그 교점이 전단중심이다.
- 어느 축도 대칭이 아닌 단면의 전단 중심은 축상 존재하지 않는 경우가 많아 계산해야 한다.

3) 전단류(전단흐름, f) : 전단응력과 관의 두께와의 곱(적)을 전단류라 하며, 그단면의 모든 점에서 일정하다. (폐쇄된 단면)

$$f = \tau \cdot t = \frac{V \cdot Q}{I} = \frac{P \cdot Q}{I}$$

$$\Rightarrow \tau \cdot t = \int_0^b \tau_s \cdot t \cdot ds = \frac{P \cdot h \cdot t}{2I} \int_0^b s \cdot ds = \frac{P \cdot h \cdot t \cdot b^2}{4I}$$

$$e = \frac{F \cdot h}{P} = \frac{\tau \cdot t \cdot h}{P} = \frac{h}{P} \cdot \frac{P \cdot h \cdot t \cdot b^2}{4I} = \frac{b^2 h^2 t}{4I} = \frac{3b^2}{6b+h}$$

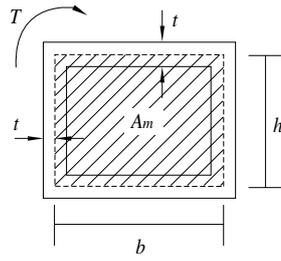


4) 전단류와 비틀림 우력의 관계

$$T = 2f \cdot A_m$$

$$\cdot \text{전단류} : f = \frac{T}{2A_m}$$

$$\cdot \text{전단응력} : \tau = \frac{T}{2 \cdot A_m t}$$



$$A_m = b \cdot h$$