

수리 영역

제 2 교시

성명

수험번호

1

1

- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안지에 수험 번호, 선택 과목, 답을 표기할 때에는 반드시 ‘수험생이 지켜야 할 일’에 따라 표기하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1. 세 다항식 $A = x + 1$, $B = x$, $C = x - 1$ 에 대하여 $A - BC$ 는?

[2점]

- ① $3x$
- ② $x - 1$
- ③ $x^2 + x$
- ④ $-x^2 - x - 1$
- ⑤ $-x^2 + 2x + 1$

2. 유리수 x , y 에 대하여 $(1 + \sqrt{2})x - (1 - \sqrt{2})y + 1 = 0$ 이 성립할 때, xy 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{5}{8}$
- ② $-\frac{1}{2}$
- ③ $-\frac{3}{8}$
- ④ $-\frac{1}{4}$
- ⑤ $-\frac{1}{8}$

3. 실수 x 가 $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}} = -\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$ 을 만족할 때,

$\sqrt{(x-1)^2 + 4x} - \sqrt{(x+1)^2 - 4x}$ 를 간단히 하면? [3점]

- ① 2
- ② $2x$
- ③ $-2x$
- ④ $2x + 2$
- ⑤ $-2x + 2$

4. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A , B 에 대하여 $A \cap (A - B) = A$, $A \cup B = U$ 이고 집합 $A = \{1, 4, 5\}$ 일 때, 집합 B 의 모든 원소의 합은? [3점]

- ① 2
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

5. x 에 대한 다항식 $P(x) = 6x^3 - 3x^2 + kx - 1$ 은 $2x - 1$ 로 나누어 떨어진다. $P(x)$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫은? [3점]

- ① $6x^2 + 9x - 10$
- ② $6x^2 - 9x + 11$
- ③ $6x^2 - 9x - 9$
- ④ $6x^2 + 3x + 5$
- ⑤ $6x^2 - 3x + 9$

6. x 에 대한 두 다항식 $A = x^2 + 2x - 3$ 과 $B = x^3 + ax^2 + x + b$ 의 최대공약수가 A 일 때, $a - b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 10
- ② 11
- ③ 12
- ④ 13
- ⑤ 14

7. 명제의 역이 참인 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

— < 보 기 > —

- ㄱ. $x^3 = 1$ 이면 $x = 1$ 이다.
- ㄴ. $x \geq 1$ 이고 $y \geq 1$ 이면 $x + y \geq 2$ 이다.
- ㄷ. 자연수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2$ 이 홀수이면 xy 는 짝수이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. 두 직선 $ax + 2y + 2 = 0$ 과 $x + (a + 1)y + 2 = 0$ 이 수직일 때와 평행일 때 a 의 값을 각각 m, n 이라 하자. 이때 mn 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① $-\frac{4}{3}$
- ② $-\frac{2}{3}$
- ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{4}{3}$
- ⑤ $\frac{7}{3}$

9. 좌표평면에서 점 $A(1, 3)$ 을 x 축, y 축에 대하여 대칭이동한 점을 각각 B, C 라 하고, 점 $D(a, b)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 E 라 하자. 세 점 B, C, E 가 한 직선 위에 있을 때, 직선 AD 의 기울기는? (단, $a \neq \pm 1$) [3점]

- ① -2
- ② -1
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 3

10. $a < 0 < b < c$ 일 때, <보기>에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $\frac{a}{b} < \frac{a}{c}$

ㄴ. $a + c < b$

ㄷ. $\frac{c}{a-b} < \frac{b}{a-c}$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 표는 A, B, C 세 과수원에서 수확한 사과 중에서 다섯 개씩을 임의로 뽑아 당도를 조사한 것이다.

과수원	당도(Brix)				
A	13	14	10	10	13
B	13	12	13	11	11
C	11	16	8	15	10

이때 당도에 대한 표준편차가 작은 과수원부터 순서대로 나열하면? [3점]

- ① A, B, C
- ② A, C, B
- ③ B, A, C
- ④ B, C, A
- ⑤ C, A, B

12. 두 집합

$A = \{x \mid x^2 - ax + b \leq 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + x - a > 0\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{x \mid 1 < x \leq 3\}$ 일 때, $A \cup B$ 는? [3점]

- ① $\{x \mid -1 < x \leq 3\}$
- ② $\{x \mid -2 \leq x \leq 3\}$
- ③ $\{x \mid x \leq -1 \text{ 또는 } x > 1\}$
- ④ $\{x \mid x < -2 \text{ 또는 } x \geq 1\}$
- ⑤ $\{x \mid x < -2 \text{ 또는 } x \geq -1\}$

13. 집합 $A = \left\{ f(n) \mid f(n) = \left(\frac{i+1}{i-1}\right)^n + \left(\frac{i-1}{i+1}\right)^n, n \text{은 자연수} \right\}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, $i = \sqrt{-1}$) [4점]

< 보기 >

ㄱ. $f(100) = 2$
 ㄴ. 집합 A 는 덧셈에 대하여 닫혀 있다.
 ㄷ. 집합 A 의 부분집합의 개수는 8개이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

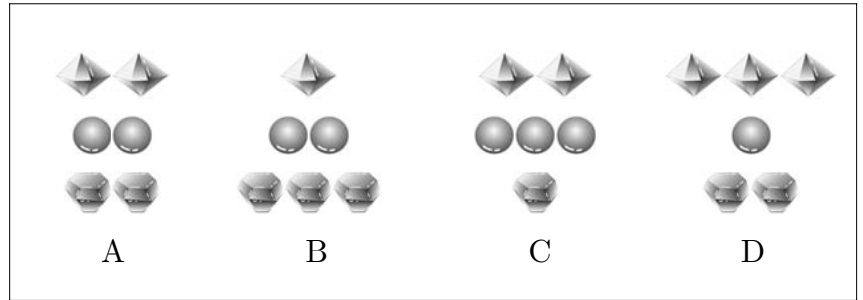
14. 다음은 x 에 대한 사차방정식 $x^4 - 6x^2 + 24x - 35 = 0$ 의 해를 구하는 과정이다.

$x^4 - 6x^2 + 24x - 35 = 0$ 을 변형하면
 $(x^2 - 1)^2 - \boxed{\text{(가)}} = 0 \dots \text{㉠}$
 ㉠의 좌변을 인수분해하면
 $(x^2 + 2x + \boxed{\text{(나)}})(x^2 - 2x + \boxed{\text{(다)}}) = 0$
 복소수 범위에서 해를 구하면
 $x = -1 \pm 2\sqrt{2}$ 또는 $x = 1 \pm 2i$ (단, $i = \sqrt{-1}$)

(가) ~ (다)에 알맞은 것을 바르게 짝지은 것은? [4점]

- | | | | |
|---|------------|-----|-----|
| | (가) | (나) | (다) |
| ① | $4(x-3)^2$ | -7 | 5 |
| ② | $4(x-3)^2$ | 7 | -5 |
| ③ | $4(x-3)^2$ | 5 | -7 |
| ④ | $4(x+3)^2$ | -7 | 5 |
| ⑤ | $4(x+3)^2$ | 5 | -7 |

15. A, B, C, D 네 친구가 액세서리 가게에서 , , 세 종류의 인조보석을 샀다. 네 친구가 각각 구입한 인조보석은 다음과 같다.



인조보석을 구입하는 데 A는 10000원, B는 9000원, C는 9500원을 지불하였다. 이때 D가 지불한 금액은?
(단, 같은 종류의 인조보석은 가격이 같다.) [4점]

- ① 10000원
- ② 10500원
- ③ 11000원
- ④ 11500원
- ⑤ 12000원

16. 직선 $2x - y + 1 = 0$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 직선 $2x - y + 3 = 0$ 과 일치하였다. 이때 b 를 a 에 관한 식으로 나타내면? [3점]

- ① $b = -2a + 2$
- ② $b = -a + 2$
- ③ $b = a + 2$
- ④ $b = 2a + 2$
- ⑤ $b = 3a + 2$

17. 다음은 나폴레옹 삼각형에 대한 설명이다.

임의의 삼각형 ABC에 대하여 변 AB, BC, CA를 한 변으로 하는 세 개의 정삼각형 ADB, BEC, CFA를 삼각형 ABC의 외부에 그린다.

세 정삼각형 ADB, BEC, CFA의 무게중심을 각각 X, Y, Z라 하면 삼각형 XYZ는 정삼각형이 되고 이 삼각형을 '나폴레옹 삼각형'이라 한다. (단, 모든 점은 같은 평면 위에 있다.)

좌표평면 위의 점 $A(-1, 2\sqrt{3})$, $B(-1, 0)$, $C(1, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 얻어지는 나폴레옹 삼각형 XYZ의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{5\sqrt{3}}{4}$
- ② $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
- ③ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
- ④ $\frac{7\sqrt{3}}{4}$
- ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

18. 자연수 x, y 에 대하여 연산 \odot 를

$x \odot y$ 는 $(x+y)$ 를 2로 나눈 나머지로 정의하자.

예를 들어 $2 \odot 2 = 0$, $2 \odot 3 = 1$ 이다.

자연수 a, b, c 가 $a \odot b = \frac{a+b-16}{2}$ 과 $b \odot c = \frac{b+c-11}{2}$ 을 만족할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $a-c=3$
 ㄴ. a 가 짝수이면 b 는 짝수이다.
 ㄷ. b 가 홀수이면 c 는 홀수이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 실수 a, b, c, x, y, z 에 대하여

부등식 $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) \geq (ax+by+cz)^2$ 은 항상 성립하고 등호는 $a:b:c = x:y:z$ 일 때 성립한다.

다음은 이 부등식을 이용하여 삼각형의 세 변의 길이 p, q, r 에 대하여 $(p+q+r)\left(\frac{1}{-p+q+r} + \frac{1}{p-q+r} + \frac{1}{p+q-r}\right)$ 의 최솟값을 구하는 과정이다.

$-p+q+r=l, p-q+r=m, p+q-r=n$ 이라 하면 l, m, n 은 모두 양수이다.

$$(p+q+r)\left(\frac{1}{-p+q+r} + \frac{1}{p-q+r} + \frac{1}{p+q-r}\right)$$

$$= (\text{가}) \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)$$

$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) \geq (ax+by+cz)^2$ 을 이용하면

$$(\text{가}) \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right) \geq (\text{나})$$
 이고

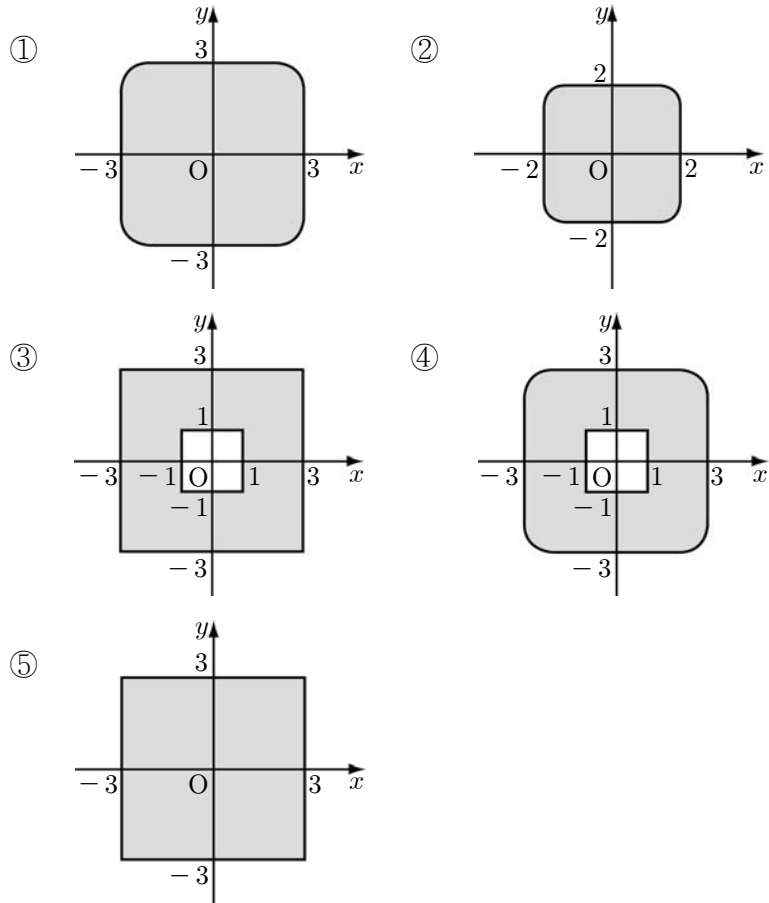
등호는 $l=m=n$ 일 때 성립한다.

따라서 $(p+q+r)\left(\frac{1}{-p+q+r} + \frac{1}{p-q+r} + \frac{1}{p+q-r}\right)$ 의 최솟값은 (나) 이다.

(가), (나)에 알맞은 것을 바르게 짝지은 것은? [4점]

	(가)	(나)
①	$l+m+n$	6
②	$l+m+n$	9
③	$2(l+m+n)$	8
④	$2(l+m+n)$	16
⑤	$3(l+m+n)$	18

20. 좌표평면에서 연립부등식 $\begin{cases} |x| \leq 2 \\ |y| \leq 2 \end{cases}$ 를 만족하는 모든 점 (a, b) 에 대하여 부등식 $(x-a)^2 + (y-b)^2 \leq 1$ 을 만족하는 영역을 바르게 나타낸 것은? (단, 경계선은 포함한다.) [4점]



21. 표는 어느 공장에서 두 종류의 제품 A, B를 1개씩 만드는 데 필요한 원료 P, Q의 양과 제품 1개당 얻을 수 있는 순이익을 나타낸 것이다.

구분	P(kg)	Q(kg)	순이익(만 원)
A	1	3	30
B	2	1	20

하루에 쓸 수 있는 원료의 양이 P는 15kg, Q는 20kg일 때, 하루 최대 순이익은 a 원이었다.

Q의 가격 상승으로 하루에 쓸 수 있는 Q의 양이 15kg으로 줄어들어 이 공장의 하루 최대 순이익은 b 원이 되었다. 이때 $a-b$ 의 값은? [4점]

- ① 350000
- ② 400000
- ③ 450000
- ④ 500000
- ⑤ 550000

단답형

22. x 에 대한 다항식 $x^3 + 2x^2 - 3x + 13$ 을 $x-5$ 로 나눈 나머지를 구하시오. [2점]

23. 0이 아닌 세 실수 x, y, z 에 대하여

$$3x - 4y + 5z = 0, \quad x - 3y + 5z = 0 \quad \text{일 때, } \frac{3x + 5y - 5z}{x + y + z} \text{의 값을}$$

구하시오. [3점]

24. 좌표평면 위의 두 원 $x^2 + y^2 = 20$ 과 $(x - a)^2 + y^2 = 4$ 가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 공통현의 길이가 최대가 되도록 하는 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

25. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 120 = 0$ 의 두 근이 양의 정수일 때, a 의 최솟값을 구하시오. [3점]

26. 좌표평면 위의 점 A, B, C, D, E가 한 직선 위에 있고, 다음 조건을 만족한다.

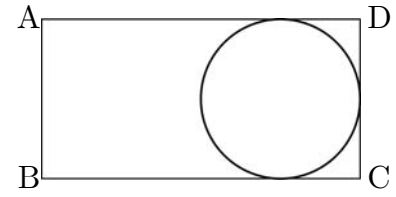
- B의 좌표는 $(-1, 3)$ 이고, D의 좌표는 $(3, -1)$ 이다.
- B는 선분 AC의 중점이다.
- C는 선분 AD를 2 : 1로 내분한다.
- E는 선분 CD를 3 : 2로 외분한다.

이때 \overline{AE}^2 의 값을 구하시오. [4점]

27. 어느 주유소에서 1L당 a 원인 기름을 하루에 b L 판매하였다. 이 주유소에서 기름 값을 $x\%$ 내렸더니 하루 판매량이 $2x\%$ 증가하여 하루 판매액이 8% 증가하였다. 이때 x 의 값을 구하시오. (단, $0 < x < 30$) [4점]

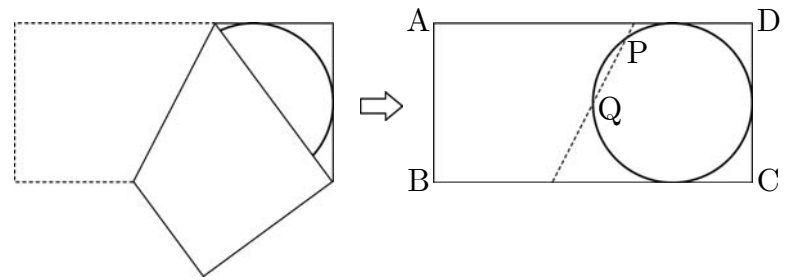
28. 좌표평면 위의 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 직선 $y = ax + 2\sqrt{b}$ 가 접하도록 하는 b 의 모든 값의 합을 구하시오.
(단, a, b 는 10보다 작은 자연수이다.) [4점]

30. 가로와 길이가 16, 세로의 길이가 8인 직사각형 모양의 종이가 있다. [그림1]은 네 꼭짓점을 A, B, C, D라 하고 변 BC, CD, DA와 접하는 원을 그린 것이다.



[그림1]

[그림2]와 같이 점 A와 C가 만나도록 종이를 접었다가 다시 펼쳤을 때 생기는 선이 원과 만나는 점을 P, Q라 하자. 선분 PQ의 길이를 k 라 할 때, $5k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



[그림2]

29. x 에 대한 일차부등식 $|x - a[a]| < b[b]$ 의 해가 $8 < x < 30$ 이다.
이를 만족하는 양수 a, b 에 대하여 $8a + 9b$ 의 값을 구하시오.
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

※ 확인사항

- 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.