

복합 Gauss-Legendre 구적법을 사용하여 적분의 근사값 구하기

복합 Gauss-Legendre 구적법

과 목 명 : 수치해석
교 수 님 : 고지환 교수님
시 간 : 화4, 목45
학 번 : 20051112
작 성 자 : 이원호
제 출 일 : 2008. 12. 20

목 차

- ▶ 프로그램 작성 목적
- ▶ 알고리즘
- ▶ 프로그램 소스
- ▶ 실행 결과
- ▶ 결론 및 고찰

프로그램 작성 목적

- ▶ 주어진 적분을 컴퓨터를 이용해 구하여 이해하기 위함
- ▶ 마디점을 적절히 잘 선택하면 구적법의 정밀도가 n 보다 훨씬 큰 $2n+1$ 이 되는 Gauss 구적법에서 마디점을 Legendre 다항식의 근으로 사용한 복합 Gauss-Legendre 구적법을 이용해 적분을 구하여 이전 방법과의 차이를 분석하기 위함

알고리즘

▶ 입력 : a, b, m, n

▶ 출력 : d, b

$$h = \frac{(b-a)}{m}, \quad t_j = a + jh \quad (0 \leq j \leq m)$$

▶ $j = 0, m-1$ 에서 다음을 수행한다.

▶ $i = 0, n$ 에서 다음을 수행한다.

$$xs = a + jh + \frac{h(x(i)+1)}{2}$$

$$DB = DB + w(i) \times f(xs)$$

▶ 다음을 계산 후 DB를 출력한다.

$$DB = \frac{h}{2} \times DB$$

프로그램 소스 (1)

```
REAL*8  A, B, DB
A=0.D0;    B=2.D0 !적분 구간
OPEN(UNIT=3,FILE='RESULT.DAT')
WRITE(3,100)
100  FORMAT(9X, ' | M | ', 7X, ' | N | ', 8X, ' | RESULT | ')
DO M = 1, 4
  DO N = 1, 4
    CALL GAUSS_LEGEN(A, B, M, N, DB)
    WRITE(3,*) M, N, ' ', DB
  ENDDO
  WRITE(3,*) '-----'
ENDDO
CLOSE(3)
END
```

▶ MAIN함수부분

- ▶ 복합 Gauss-Legendre 구적법을 호출하여 적분한 결과를 출력

프로그램 소스 (2)

```

!!!!!!적분할 함수
FUNCTION F(X)
REAL*8 F, X
    F = DEXP(-X**2)      !1번
    !F = ALOG(X)          !2번
    !F = DSIN(X)/X        !3번
    !F = X**2 / (1+X**3)  !4번
RETURN
END
!!!!!!Gauss-Legendre 구적법
SUBROUTINE GAUSS_LEGEN(A, B, M, N, DB)
REAL*8 X(0:N), W(0:N)
REAL*8 A, B, DB, H, XS, F
!Gauss-Legendre 구적법값 호출
CALL GAUSS(X, W, N)

H = (B-A) / M
DB = 0.00
DO J = 0, M-1
    DO I = 0, N
        XS = A + J*H + (X(I)+1.00)*H/2.00
        DB = DB + W(I)*F(XS)
    ENDDO
ENDDO
DB = H/2.00 * DB
RETURN
END

```

▶ 적분할 함수
FUNCTION

▶ 복합 Gauss-
Legendre 구적법
SUBROUTINE

$$h = \frac{(b-a)}{m},$$

$$t_j = a + jh (0 \leq j \leq m)$$

$$xs = a + jh + \frac{h(x(i)+1)}{2}$$

$$DB = DB + w(i) \times f(xs)$$

$$DB = \frac{h}{2} \times DB$$

프로그램 소스 (3)

!!!!!!Gauss-Legendre 구적법 값

```
SUBROUTINE GAUSS(X, W, N)
REAL*8 X(0:N), W(0:N)

IF(N.GE.0 .OR. N.LE.4) THEN
  SELECT CASE (N)
    CASE (1)
      X(0)=-DSQRT(3.D0)/3.D0; X(1)=-X(0)
      W(0)=1; W(1)=W(0)
    CASE (2)
      X(0)=-DSQRT(3.D0/5.D0); X(1)=0.D0; X(2)=-X(0)
      W(0)=5.D0/9.D0; W(1)= 8.D0/9.D0; W(2)= W(0)
    CASE (3)
      X(0)=-DSQRT((3.D0+4.D0*DSQRT(0.3D0))/7.D0); X(3)=-X(0)
      X(1)=-DSQRT((3.D0-4.D0*DSQRT(0.3D0))/7.D0); X(2)=-X(1)
      W(0)=(1.D0-DSQRT(10.D0/3.D0)/6.D0)/2.D0; W(3)= W(0)
      W(1)=(1.D0+DSQRT(10.D0/3.D0)/6.D0)/2.D0; W(2)= W(1)
    CASE (4)
      X(0)=-DSQRT((5.D0+2.D0*DSQRT(10.D0/7.D0))/9.D0); X(4)=-X(0)
      X(1)=-DSQRT((5.D0-2.D0*DSQRT(10.D0/7.D0))/9.D0); X(3)=-X(1)
      X(2)=0.D0
      W(0)=(3.D0 * (0.7D0+5.D0*DSQRT(0.7D0)))/
        (10.D0 * (2.D0+5.D0*DSQRT(0.7D0)))
      W(1)=(3.D0 * (-0.7D0+5.D0*DSQRT(0.7D0)))/
        (10.D0 * (-2.D0+5.D0*DSQRT(0.7D0)))
      W(2)=128.D0/225.D0; W(3)=W(1); W(4)=W(0)
  END SELECT
ELSE
  WRITE(*,*) '0 <= N <= 4 값을 넣을 것 !!'; STOP
ENDIF
RETURN
END
```

▶ Gauss-Legendre 구적법 값을 case문을 이용하여 선택하여 사용할 수 있도록 함

실행 결과 (1)

$$(1) \int_0^2 e^{-x^2} dx$$

RESULT.DAT - 메모장

파일(F) 편집(E) 서식(O) 보기(V) 도움말(H)

M	N	RESULT
1	1	-2.13369959316671
1	2	1.14838672508996
1	3	3.08773260094593
1	4	0.820030414698441

2	1	2.24986209783604
2	2	1.48634406270623
2	3	1.55120101935688
2	4	1.54812524529274

3	1	2.16856653292004
3	2	1.49107332885597
3	3	1.55094081954484
3	4	1.54816395192138

4	1	1.55066169977025
4	2	1.54822162676745
4	3	1.54823928438538
4	4	1.54824178975844

실행 결과 (2)

$$(2) \int_1^3 \ln x dx$$

- ▶ 함수 ALOG(X)
가 DOUBLE
을 지원하지
않아 4바이트
로 계산함

RESULT.DAT - 메모장

파일(F) 편집(E) 서식(O) 보기(V) 도움말(H)

M	N	RESULT
1	1	-0.895879725639912
1	2	-0.947672389044752
1	3	-0.968535963870763
1	4	-0.979000989478429

2	1	-0.947789574947076
2	2	-0.973833164851030
2	3	-0.984267912409794
2	4	-0.989500493965188

3	1	-0.965180826139795
3	2	-0.982555360361905
3	3	-0.989511945862461
3	4	-0.993000329814611

4	1	-0.973883255253912
4	2	-0.986916510051357
4	3	-0.992133956371790
4	4	-0.994750247192610

실행 결과 (3)

$$(3) \int_0^4 \frac{\sin x}{x} dx$$

RESULT.DAT - 메모장

파일(F) 편집(E) 서식(O) 보기(V) 도움말(H)

M	N	RESULT
1	1	1.76187902139260
1	2	1.75802202543636
1	3	1.75820649669260
1	4	1.75820310307926

2	1	1.75830882183502
2	2	1.75820146126071
2	3	1.75820314691731
2	4	1.75820313892779

3	1	1.75822123563681
3	2	1.75820300349582
3	3	1.75820313923635
3	4	1.75820313894871

4	1	1.75820858310318
4	2	1.75820311552066
4	3	1.75820313897705
4	4	1.75820313894903

실행 결과 (4)

$$(4) \int_0^1 \frac{x^2}{1+x^3} dx$$

RESULT.DAT - 메모장

파일(F) 편집(E) 서식(O) 보기(V) 도움말(H)

M	N	RESULT
1	1	0.230769230769231
1	2	0.231040564373898
1	3	0.231048805815161
1	4	0.231049052617680

2	1	0.231025546094039
2	2	0.231048831943020
2	3	0.231049057917853
2	4	0.231049060163768

3	1	0.231044056911144
3	2	0.231049036973607
3	3	0.231049060074325
3	4	0.231049060186090

4	1	0.231047430918402
4	2	0.231049055804099
4	3	0.231049060174237
4	4	0.231049060186612

결론 및 고찰

- ▶ Gauss-Legendre 구적법 마디점과 가중치 값을 case문을 사용해 미리 정의해두어 재사용이 쉽도록 하였다.
- ▶ 앞서 배운 복합 사다리꼴 공식과 복합 SIMPSON 공식보다 마디점이 작아도 정밀도는 훨씬 높은 Gauss-Legendre 구적법을 통해 컴퓨터가 적분을 구하는데 사용되는 알고리즘을 알 수 있었다.