2003학년도 3월 고3 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시

수 리 영 역

자 연 계 | 성명 | | 수험번호 | | | | | | 3 | | | | | 1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험번호, 응시계열, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\frac{3-i}{2+i}$ 를 간단히 하면? (단, $i=\sqrt{-1}$)[2점]

① $1-i$ ② $1+i$ ③ $2i$

④ $\frac{-7-i}{5}$ ⑤ $\frac{-7+i}{5}$

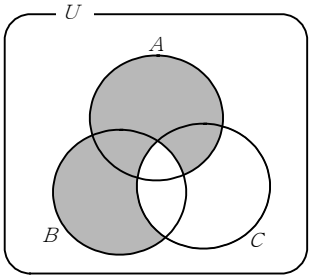
2. $8^{\frac{1}{2}}\times 4^{\frac{1}{3}}\div 2^{\frac{1}{6}}$ 을 간단히 하면?[2점]

① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

3. $f(x)=(x-1)(x^2+x+1)$ 에 대하여 미분계수 $f'(1)$ 의 값은?[2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 전체집합 U의 세 부분집합 A, B, C에 대하여 다음 중 오른쪽 벤 다이어그램의 어두운 부분을 나타내는 집합은?[2점]



① $(A-B)-C$
② $(A-B)-(B-C)$
③ $(A-B)\cup(B-C)$
④ $(A-B)\cap(C-B)$
⑤ $(B-C)\cup(C-A)$

5. $x \geqq 0$인 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$2x^3 - 6x^2 + a \geqq 0$$

이 성립하도록 실수 a의 값의 범위를 정하면?[3점]

① $1 \leqq a \leqq 8$ ② $3 \leqq a \leqq 7$ ③ $6 \leqq a \leqq 12$
④ $a \geqq 8$ ⑤ $a \leqq 9$

6. 함수 $y = \frac{x}{x-1}$의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?[2점]

<보기>

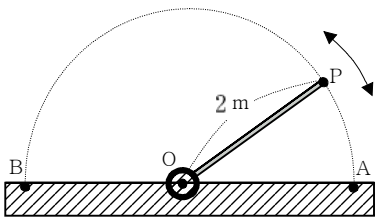
ㄱ. 점근선은 두 직선 $x=1$, $y=0$이다.
ㄴ. 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다.
ㄷ. 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ x & y \end{pmatrix}$와 그 역행렬 A^{-1}에 대하여 $A = A^{-1}$가 성립할 때, $x+y$의 값은?[2점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

8. 오른쪽 그림과 같이 길이가 2 m인 회전팔 OP가 점 O를 중심으로 1초에 1씩 회전하고 있다.



오른쪽 바닥 OA에서 출발한 회전팔은 왼쪽 바닥 OB에 닿으면 방향을 바꾸어 왔던 방향으로 되돌아간다. 이와 같이 바닥에 닿을 때마다 방향을 바꾸어 회전을 계속하는 회전팔 OP가 1230초 동안 회전한 후 멈추었을 때, 회전팔의 끝점 P와 선분 AB 사이의 거리는? (단, 회전팔이 지나는 평면은 바닥에 수직이고, 회전팔의 굵기는 무시한다.)[3점]

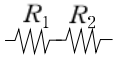
① 0.2 m ② 0.5 m ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ m ④ 1 m ⑤ $\sqrt{2}$m

9. 어떤 실수 a에 대하여 두 수 $[a]$와 $a-[a]$를 근으로 하는 이차방정식이 $3x^2-4x+k=0$일 때, 상수 k의 값은?

(단, $[a]$는 a보다 크지 않은 최대의 정수이다.)[3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

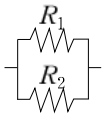
10. 크기가 R_1, R_2인 두 저항에 대하여 이를 직렬로 연결한 전체저항의 크기를 R_S라 하면



직렬연결

$$R_S=R_1+R_2$$

이고, 병렬로 연결한 전체저항의 크기를 R_P라 하면

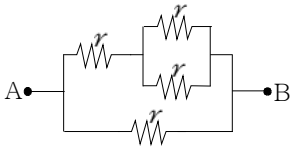


병렬연결

$$\frac{1}{R_P}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$$

이다.

크기가 모두 r인 4개의 저항을 아래 그림과 같이 연결하였을 때, 두 지점 A와 B사이의 전체저항의 크기는?[2점]



① $\frac{3}{5}r$ ② $\frac{7}{10}r$ ③ $\frac{4}{5}r$ ④ $\frac{9}{10}r$ ⑤ r

11. 아래와 같이 2003이 처음 나올 때까지 홀수들을 나열한 수열이 있다.

$$1, 1, 3, 1, 3, 5, 1, 3, 5, 7, 1, 3, 5, 7, 9, \cdots, 2001, 2003$$

다음 중 이 수열의 모든 항의 합을 나타내는 것은?[3점]

① $\frac{1000\cdot1001\cdot2001}{6}$ ② $\frac{1001\cdot1002\cdot2003}{6}$

③ $\frac{1002\cdot1003\cdot2005}{6}$ ④ $\frac{1003\cdot1004\cdot2007}{6}$

⑤ $\frac{1004\cdot1005\cdot2009}{6}$

12. 방정식 $\sqrt{1-x^2}=a(x+3)$이 실근을 갖도록 하는 실수 a의 값의 범위가 $m\leqq a\leqq M$일 때, $M-m$의 값은?[3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

13. 다항함수 $y=f(x)$가 다음 두 조건 Ⅰ, Ⅱ를 모두 만족할 때, $f(1)$의 값은?[3점]

Ⅰ. $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^3}{x^2}=1$

Ⅱ. $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=2$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 네 개의 시계 A, B, C, D가 있다. 어느 시각에 A는 8시 57분, B는 8시 58분, C는 9시 3분, D는 9시 6분을 동시에 나타내고 있다. 이들 시계가 나타내는 시각과 정확한 시각의 차이는 작은 순서대로 2분, 3분, 4분, 5분이다.
이때, A시계와 B시계가 나타내는 시각과 정확한 시각의 차이를 차례로 적으면?[3점]

① 3분, 2분 ② 3분, 4분 ③ 4분, 3분
④ 4분, 5분 ⑤ 5분, 4분

15. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$$

을 만족할 때, 다음 중 $\sum_{k=1}^{100}a_k$와 같은 것은?
(단, $a_1\neq 0$, $a_2\neq 0$)[3점]

① $a_{101}-a_1$ ② $a_{101}-a_2$ ③ $a_{101}+a_1$
④ $a_{102}-a_2$ ⑤ $a_{102}+a_2$

16. $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하는 함수를 <보기>에서 모두 고르면?[3점]

<보기>

ㄱ. $y=\frac{x+1}{x}$

ㄴ. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x+1}{x}}$

ㄷ. $y=\log_2\frac{x+1}{x}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 다음은 계수 a, b가 모두 정수인 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 근이 유리수일 때, 이 근은 반드시 정수임을 증명하는 과정이다.

<증명>
이 방정식의 유리수인 근을

$$\alpha=-\frac{q}{p}\quad (p, q\text{는 서로소인 정수})$$

로 놓고, α를 주어진 방정식에 대입하면

$$\left(-\frac{q}{p}\right)^2+a\left(-\frac{q}{p}\right)+b=0$$

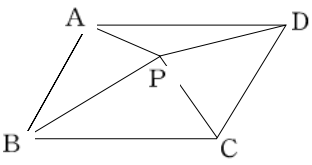
$$\therefore\quad -\frac{q^2}{p}=-(aq+bp)\quad \cdots ㉠$$

㉠에서 $-\frac{q^2}{p}$ 은 [(가)]이고, p와 q^2은 서로소이므로 [(나)]이어야 한다.
따라서, α는 정수이다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?[3점]

	(가)	(나)
①	정수	$p=\pm1$
②	정수	$q=\pm1$
③	양의 정수	$p=1$
④	음의 정수	$p=-1$
⑤	음의 정수	$q=-1$

18. 다음은 □ABCD 내부의 임의의 점 P에 대하여 △PAB의 넓이와 △PCD의 넓이의 합 △PAB+△PCD가 일정하면 □ABCD는 평행사변형임을 증명하는 과정이다.



<증명>
(i) □ABCD 내부의 두 점 P, Q를 [(가)]가 되도록 잡으면

$$\triangle PAB=\triangle QAB$$

한편, 주어진 가정에 의하여

$$\triangle PAB+\triangle PCD=\triangle QAB+\text{[(나)]}$$

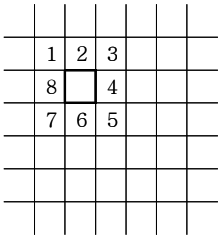
$$\therefore\quad \triangle PCD=\text{[(나)]}$$

따라서 [(다)] 이므로 $\overline{AB}//\overline{CD}$
(ii) 같은 방법으로 하면 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 이다.
(i), (ii)에 의하여 □ABCD는 평행사변형이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은?[3점]

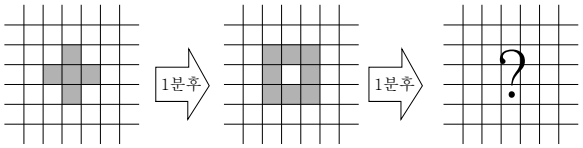
	(가)	(나)	(다)
①	$\overline{PQ}=\overline{AB}$	△PQA	$\overline{PQ}//\overline{CD}$
②	$\overline{PQ}=\overline{AB}$	△PQA	$\overline{PQ}=\overline{CD}$
③	$\overline{PQ}//\overline{AB}$	△QCD	$\overline{PQ}//\overline{CD}$
④	$\overline{PQ}//\overline{AB}$	△QCD	$\overline{PQ}=\overline{CD}$
⑤	$\overline{PQ}\perp\overline{AB}$	△BCD	$\overline{PQ}\perp\overline{CD}$

19. 오른쪽 그림과 같이 무한히 많은 모눈이 그려진 평면에서 임의의 한 모눈은 8개의 이웃하는 모눈으로 둘러싸여 있다. 이때, 각 모눈의 색은 매 분마다 그 모눈에 이웃한 8개의 모눈 중 검은색 모눈의 개수에 따라 다음 표와 같이 결정된다.

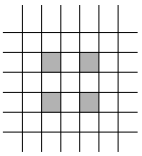


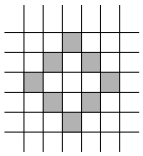
이웃한 8개의 모눈 중 검은색 모눈의 개수	1분 후 모눈의 색
1개 이하	흰색
2개	변화 없음
3개	검은색
4개 이상	흰색

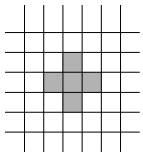
아래 그림과 같이 평면에 검은색 모눈이 5개가 있는 [그림1]은 1분 후에 [그림2]로 변한다. 다시 1분 후 [그림3]에 나타날 모습으로 옳은 것은?[3점]

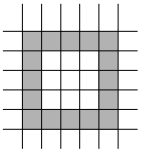


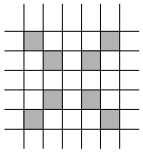
[그림1] [그림2] [그림3]

① 

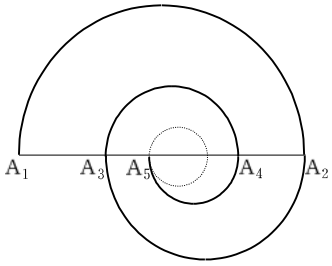
② 

③ 

④ 

⑤ 

20. 오른쪽 그림과 같이 길이가 2인 선분 A_1A_2를 $1:2$로 내분하는 점을 A_3, 선분 A_2A_3을 $1:2$로 내분하는 점을 A_4라 한다. 이와 같이 한없이 계속하여 점 A_n을 잡고, 선분 A_nA_{n+1}을 지름으로 하는 반원의 호의 길이를 l_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$의 값은? [3점]

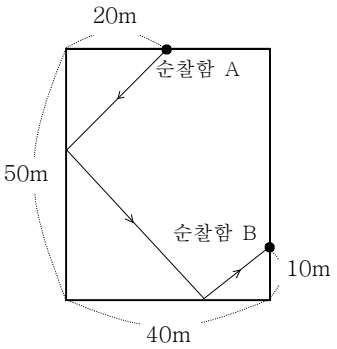


① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

21. 길이가 60인 막대에 12등분점들마다 눈금을 표시한다. 또, 같은 방법으로 이 막대에 15등분점, 20등분점들마다 각각 눈금을 표시한다. 이때, 막대의 눈금이 표시된 곳을 모두 자르면 막대는 몇 개로 나뉘어지는가? (단, 막대를 n개의 같은 길이로 나누는 것을 n등분이라고 한다.)[3점]

① 28개 ② 30개 ③ 32개 ④ 34개 ⑤ 36개

22. 오른쪽 그림과 같이 담으로 둘러싸인 직사각형 모양의 평평한 구역이 있다. 경비원이 순찰함 A에서 출발하여 그림과 같이 담의 두 지점을 지나 순찰함 B까지 움직일 때, 가능한 최단거리는 몇 m인가?[3점]



① $55\sqrt{2}$ ② $60\sqrt{2}$ ③ $65\sqrt{2}$ ④ $55\sqrt{3}$ ⑤ $60\sqrt{3}$

23. 비밀유지가 요구되는 문장을 일정한 기호로 바꾸어 놓은 것을 '암호문'이라 한다.

7개의 알파벳 a, b, c, d, e, f, g를 집합 $Z=\{0,1,2,3,4,5,6\}$의 원소에 [표1]과 같이 대응시킨다. 또, 집합 Z의 두 원소 x, y에 대하여 연산 $\otimes$를

$x\otimes y =$ (xy를 7로 나눈 나머지)

로 정의하면 그 결과는 [표2]와 같다.

a	b	c	d	e	f	g
0	1	2	3	4	5	6

[표1]

$\otimes$	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6
2	0	2	4	6	1	3	5
3	0	3	6	2	5	1	4
4	0	4	1	5	2	6	3
5	0	5	3	1	6	4	2
6	0	6	5	4	3	2	1

[표2]

이때, 함수 $f: Z \to Z$를

$f(x)=3\otimes x$

로 정의하면, [표1]의 대응과 함수 f에 의하여 'cad'는 암호문 '602'로 바뀌어진다.

다음 중 암호문 '153'을 바르게 해독한 것은?[3점]

① fbe ② feb ③ feg ④ geb ⑤ gef

24. A 선수가 어떤 장애물을 뛰어 넘기 위해서는 8 m/초 이상의 속력을 내어야 한다. A 선수가 정지상태에서 출발하여 매초 2 m/초 씩 일정한 비율로 속력을 높인다면 최소한 이 장애물의 몇 m 앞에서 출발하여야 장애물을 뛰어 넘을 수 있는가?[3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

주관식(25 ~ 30)

25. 등식 $\begin{pmatrix} -1 & x \\ 0 & 3 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ 을 만족시키는 실수 x, y에 대하여 xy의 값을 구하시오.[2점]

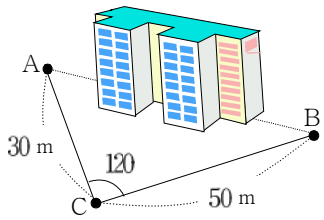
26. 다항식 $f(x)$를 x^2-9로 나눈 나머지가 $7x+2$일 때, $f(x)$를 $x-3$으로 나눈 나머지를 구하시오.[2점]

27. 분수부등식

$$x-1 \leqq \frac{20}{x-2}$$

을 만족하는 모든 자연수 x 들의 합을 구하시오.[2점]

28. 오른쪽 그림과 같이 두 지점 A, B 사이에 건물이 있다. 다른 한 지점 C 에서 두 지점 A, B 까지의 거리와 $\angle ACB$ 의 크기를 측정하였더니 다음과 같았다.

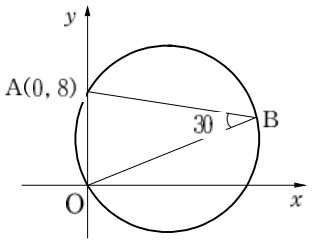


$\overline{AC}=30$ m, $\overline{BC}=50$ m, $\angle ACB=120$

이때, 두 지점 A, B 사이의 거리는 몇 m인지 구하시오.[3점]

29. 연속함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)=f(-x)$, $f(2-x)=f(x)$ 를 만족하고, $\int_0^1 f(x)\,ax=2$ 일 때, $\int_0^6 \{x^2+f(x)\}ax$ 의 값을 구하시오.[3점]

30. 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 O(0, 0), A(0, 8) 과 제 1 사분면 위의 점 B 에 대하여 $\angle ABO=30$ 일 때,



세 점 O, A, B 를 지나는 원의 중심의 좌표를 (a, b), 반지름의 길이를 r 라 하자.

이때, $a+b+r$ 의 값을 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하시오.

(단, $\sqrt{3}=1.732$ 로 계산한다.)[3점]

※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.