



정보를 포함하고 있는 **modulating signal**과 반송파 신호 **carrier signal**을 서로 곱해서 얻어지는 변조된 신호, 즉, **modulated signal**을 시간영역에서 보면 **carrier**의 진폭부분에 **modulating signal**이 위치하여 일정한 값을 갖던 **carrier**의 진폭이 변화함을 알 수 있다. 따라서 이런 변조 방식을 진폭변조(amplitude modulation)라고 한다. **modulated signal**의 스펙트럼을 주파수영역에서 보면, **carrier** 신호의 주파수 성분은 없어지고 **modulating signal**의 스펙트럼이 **carrier** 주파수를 중심으로 상측과 하측 두 군데에 생기게 됨을 볼 수 있다. 따라서, 진폭변조에서 종에서 이 경우를 **DSB-SC** 방식이라고 한다. **DSB-SC**: Double Side Band with Suppressed Carrier  
**DSB-SC** 방식에서 변조된 신호를 복조하기 위해서는 변조할 때 사용한 것과 동일한 주파 수 및 위상을 갖는 **carrier**가 수신측에서 필요한데, **DSB-SC** 방식은 수신된 신호에 **carrier**가 포함되어 있지 않으므로 수신측에서 **carrier** 신호를 만들어 내는게 어려운 일 중의 하나 이면서 또한 중요한 문제이다.  
 본 section에서는 **DSB-SC** 방식의 변조/복조 원리 및 방법에 대한 이해가 요구된다.

## 5.1 Amplitude Modulation : Suppressed Carrier (DSB-SC) DEMO

### ● Modulation

The process of imposing a low-frequency electrical signal onto a high-frequency signal

- The process of imparting the source information(i.e.,modulating signal) onto a bandpass signal(i.e.,modulated signal) with a carrier frequency  $f_c$

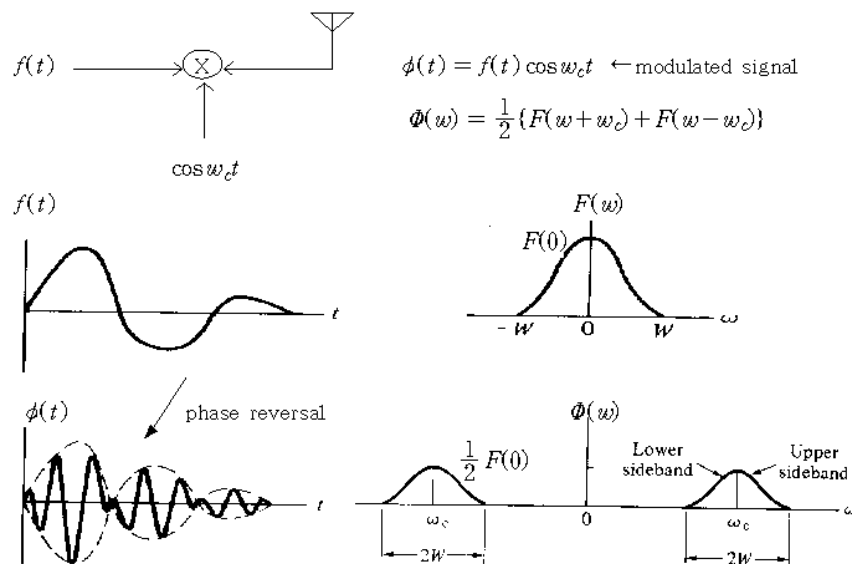
$f(t)$ : modulating signal  
 $A_c \cos(\omega_c t + \theta_0)$ : carrier signal

A general form of a bandpass signal  $\phi(t)$  can be written as,  
 $\phi(t) = a(t) \cos[\omega_c t + \nu(t)]$ : modulated signal

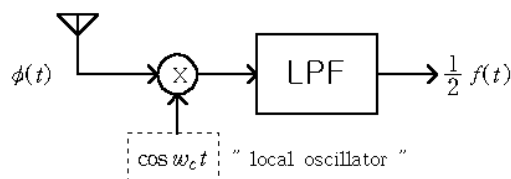
- Type of modulation

$a(t) \propto f(t)$  : Amplitude Modulation (AM)  
 $\frac{d\nu(t)}{dt} \propto f(t)$  : Frequency Modulation (FM)  
 $\nu(t) \propto f(t)$  : Phase Modulation (PM)

### ● Amplitude modulation : Suppressed Carrier (DSB-SC)



### ● Synchronous detection (coherent detection)(homodyne detection)



$$\begin{aligned} \phi(t) \cos \omega_c t &= f(t) \cos^2 \omega_c t && \text{by LPF} \\ &= \frac{1}{2} f(t) + \frac{1}{2} f(t) \cos 2\omega_c t \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} f(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[\phi(t) \cos \omega_c t] &= \mathcal{F}\left[f(t) \cdot \frac{1 + \cos 2\omega_c t}{2}\right] && \text{by LPF} \\ &= \frac{1}{2} F(\omega) + \frac{1}{4} \{F(\omega + 2\omega_c) + F(\omega - 2\omega_c)\} \end{aligned}$$

● Synchronization problem in the local oscillator

It is necessary to have synchronization in both frequency and phase between transmitter and receiver when DSB-SC modulation is used

To avoid this problem,

→ suppressed-carrier system may have a small amount of carrier reinserted in  $\Phi(t)$  at the transmitter : " pilot carrier "

$$\begin{aligned} \phi(t) \cos[(\omega_c + \Delta\omega)t + \Delta\theta] &= f(t) \cos \omega_c t \cdot \cos[(\omega_c + \Delta\omega)t + \Delta\theta] && \text{by LPF} \\ &= \frac{1}{2} f(t) \cos(\Delta\omega t + \Delta\theta) + \frac{1}{2} f(t) \cos[(2\omega_c + \Delta\omega)t + \Delta\theta] \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} f(t) \cos(\Delta\omega t + \Delta\theta) \end{aligned}$$

i)  $\Delta\omega = 0 : \Delta\theta \neq 0$  phase error  $\lambda$

$$e_0(t) = \frac{1}{2} f(t) \cos \Delta\theta$$

The phase error in the local carrier carries a variable gain factor in the output signal  
→The signal strength will "wax and wane "

ii)  $\Delta\theta = 0 : \Delta\omega \neq 0$  frequency error  $\lambda$

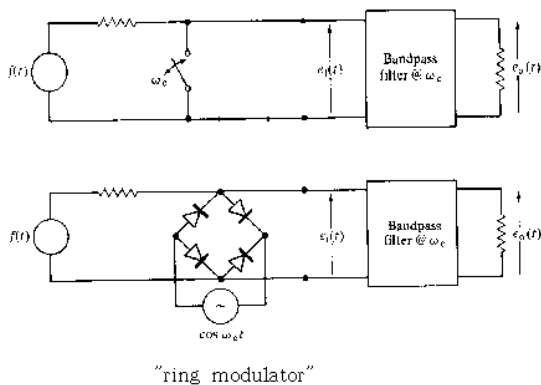
$$e_0(t) = \frac{1}{2} f(t) \cos \Delta\omega t$$

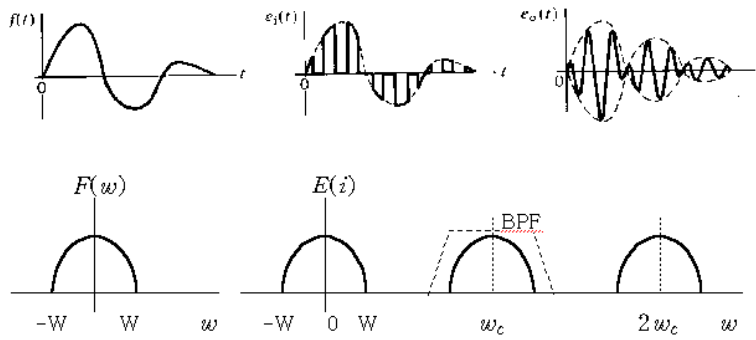
We obtain the signal  $f(t)$  multiplied by a low-frequency sinusoid  
If  $f_c \gg f_m \ll \Delta f \sim \Delta f_m$  comparable  
For telephone and radio system :  $\Delta f \leq 30\text{Hz}$  is acceptable

● Generation of DSB-SC signals (modulators)

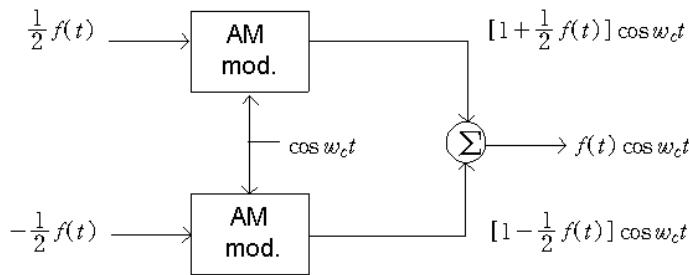
i) product modulators

ii) chopper modulators (switching modulators)



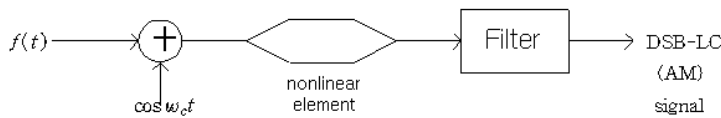


iii) balanced modulators



Two AM modulators are arranged in a balanced configuration to cancel out the carrier  
 → balanced modulator

- AM modulator (power-law modulators)

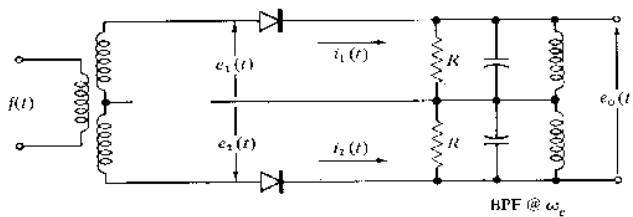


$$v_0 = av_i + bv_i^2 + \dots$$

$$v_0(t) = a[f(t) + \cos \omega_c t] + b[f(t) + \cos \omega_c t]^2$$

$$= af(t) + bf^2(t) + b \cos^2 \omega_c t + a[1 + \frac{2b}{a} f(t)] \cos \omega_c t$$

↳ DSB-LC signal

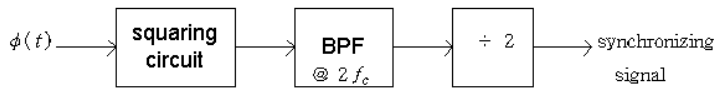


Demodulation of DSB-SC signals

- Synchronous detection

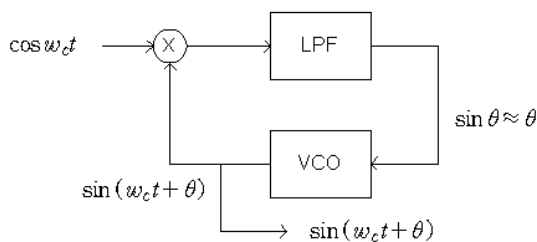
Local oscillator must be synchronized to the oscillator in the modulator to achieve proper demodulation

i) A simple squaring synchronizer



$$\begin{aligned} \phi(t) &= A \cos \omega_m t \cos \omega_c t \\ \phi^2(t) &= A^2 \frac{1 + \cos 2\omega_m t}{2} \cdot \frac{1 + \cos 2\omega_c t}{2} \\ &= \frac{A^2}{4} \{ 1 + \cos 2\omega_m t \cdot \cos 2\omega_c t + \cos 2\omega_m t + \cos 2\omega_c t \} \\ &= \frac{A^2}{4} \left\{ 1 + \frac{1}{2} [ \cos 2(\omega_c + \omega_m)t + \cos 2(\omega_c - \omega_m)t ] + \cos 2\omega_c t \right\} \\ &\Rightarrow \frac{A^2}{4} \cos 2\omega_c t \end{aligned}$$

ii) Phase-locked loop (PLL)

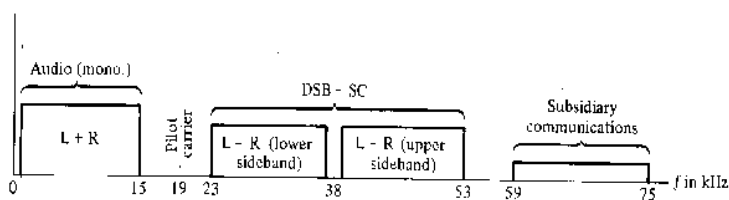


The bandwidth of the PLL is controlled by the bandwidth of the low-pass filter

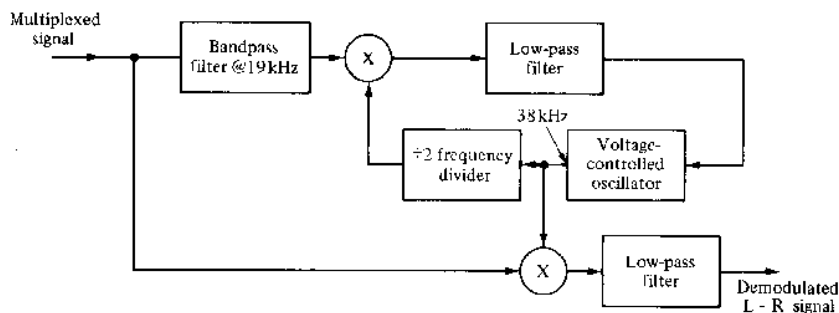
iii) Pilot carrier system

A method commonly used in DSB-SC modulation to maintain synchronization between modulator and demodulator is to send a sinusoidal tone whose frequency and phase are related to the carrier frequency

- Stereo multiplexing in commercial FM



Spectrum of a stereo-multiplex system





진폭변조 방식중에서 DSB-SC는 복조를 위해 수신측에서 carrier를 만들어 내어야 하므로 시스템이 복잡해지고 cost가 올라가게 된다. 방송시스템과 같이 송신측은 몇 개 안되지만 수신측이 엄청나게 많을 경우에는 수신기를 간단히 만들어 cost를 낮추는 것이 전체적으로 훨씬 경제적이라 할 수 있다. 따라서, 수신측에서 carrier를 만들어 낼 필요없이 진폭변조된 신호를 간단히 복조할 수 있도록 하기 위해서 송신측에서 DSB-SC 신호에다가 큰 값의 carrier 신호를 포함하여 전송하게 되는데, 이를 DSB-LC 또는 DSB-TC 방식이라고 한다.

DSB-LC: Double Side Band with Large Carrier

DSB-TC: Double Side Band with Transmitted Carrier

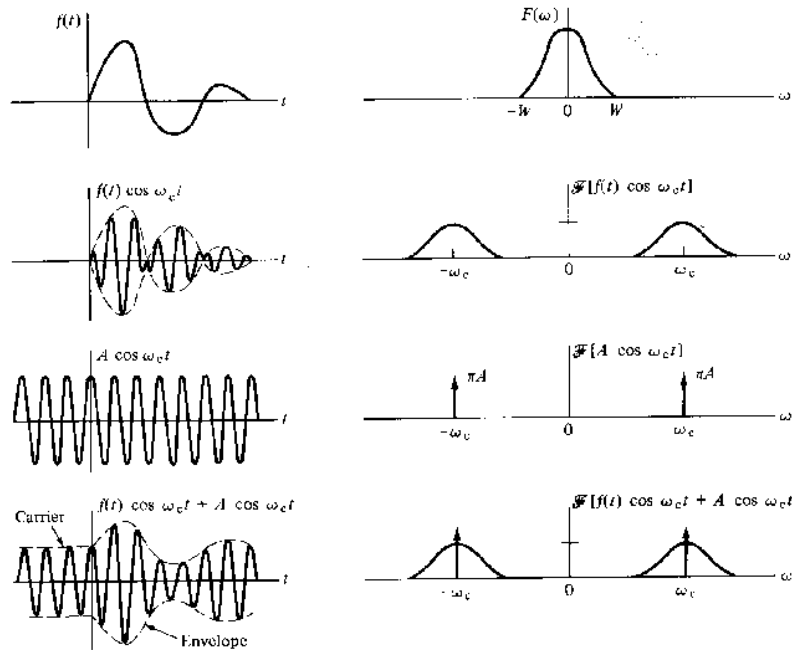
이때, 송신측에서 보내는 큰 값의 carrier 신호는 정보의 전송에는 아무런 관계가 없고 단순히 수신측에서의 복조를 간단히 하기 위해서 보내는 것이므로, 송신측에서 보면 power 효율 면에서 DSB-SC 방식과는 비교도 안되게 아주 나쁜 방식이 된다. AM 방송에서 사용하는 변조 방식이 이에 해당된다.

본 section에서는 DSB-LC 방식의 변조/복조 원리 및 방법에 대한 공부와 DSB-SC 방식 과 비교하여 power 효율면에서의 차이에 대한 확실한 이해가 요구된다.

## 5.2 Amplitude Modulation with Large Carrier (DSB-LC or AM) DEMO

$$\phi_{AM}(t) = f(t) \cos \omega_c t + A \cos \omega_c t$$

$$\rightarrow \phi_{AM}(\omega) = \frac{1}{2} \{F(\omega + \omega_c) + F(\omega - \omega_c)\} + \pi A \{\delta(\omega + \omega_c) + \delta(\omega - \omega_c)\}$$



Assumption

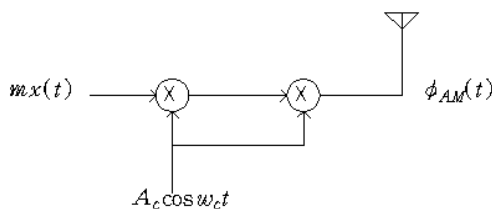
$$\phi_{AM}(t) = [A + f(t)] \cos \omega_c t$$

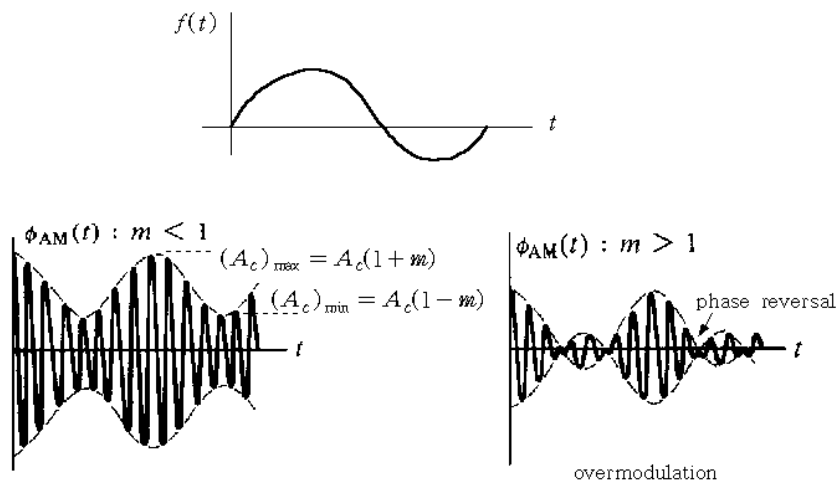
$$[A + f(t)] \geq 0 \rightarrow A \geq |\min \{f(t)\}|$$

A general AM signal waveform can be written as

$$\phi_{AM}(t) = A_c [1 + m x(t)] \cos \omega_c t, \quad |x(t)| \leq 1 : \text{normalized modulating signal}$$

$m$  : modulation index





modulation index  $m = \frac{\text{peak DSB-SC amplitude}}{\text{peak carrier amplitude}}$

$$= \frac{\text{peak value of modulating signal}}{\text{peak value of unmodulated carrier}}$$

$$= \frac{(A_c)_{\max} \cdot (A_c)_{\min}}{2A_c}$$

\*  $m \leq 1$  is required for envelope detection.

- Example : tone modulation

$$f(t) = 15 \cos 2\pi(1500 t)$$

$$v_c(t) = 60 \cos 2\pi(10^5 t) \quad \text{AM modulation}$$

(a) modulation index  $m = \frac{\text{modulating signal amplitude}}{\text{carrier amplitude}} = \frac{15}{60} = 0.25$

(b)  $f_m = 1.5 \text{ kHz}$   
 $f_c = 100 \text{ kHz}$

(c)  $\phi_{AM}(t) = A_c [1 + mx(t)] \cos \omega_c t$   
 $= 60 (1 + 0.25 \cos 2\pi(1500 t)) \cos 2\pi(10^5 t)$

● Carrier and sideband power in AM

$$\phi_{AM}(t) = A \cos \omega_c t + f(t) \cos \omega_c t$$

$$\overline{\phi_{AM}^2(t)} = \overline{A^2 \cos^2 \omega_c t + f^2(t) \cos^2 \omega_c t + 2A f(t) \cos \omega_c t}$$

$$= \frac{A^2}{2} + \frac{\overline{f^2(t)}}{2} \quad (\overline{f(t)} = 0 \text{ is assumed})$$

$$P_i = \frac{A^2}{2} + \frac{1}{2} \overline{f^2(t)} = P_c + P_s$$

$$\mu = \frac{P_s}{P_i} = \frac{\overline{f^2(t)}}{A^2 + \overline{f^2(t)}}$$

$$\begin{aligned}
 \overline{\phi_{AM}^2(t)} &= \overline{(A_c \cos \omega_c t + A_c m x(t) \cos \omega_c t)^2}, \quad \overline{x(t)} = 0 \text{ is assumed (usual case)} \\
 &= \frac{1}{2} A_c^2 + A_c^2 m^2 \overline{\frac{x(t)^2}{2}} + \cancel{2 A_c m \overline{x(t)} \cos^2 \omega_c t} \\
 &= \frac{1}{2} A_c^2 [1 + m^2 \overline{x^2(t)}] \Rightarrow P_t = \frac{1}{2} A_c^2 (1 + m^2 P_x) \\
 &= P_c + 2P_s \\
 &= P_t \text{ (total average transmission power)}
 \end{aligned}$$

$P_t$  : total transmission power

$P_c$  : unmodulated carrier power,  $P_c = \frac{1}{2} A_c^2$

$P_s$  : sidebands power  $P_s = 2P_{sb}$

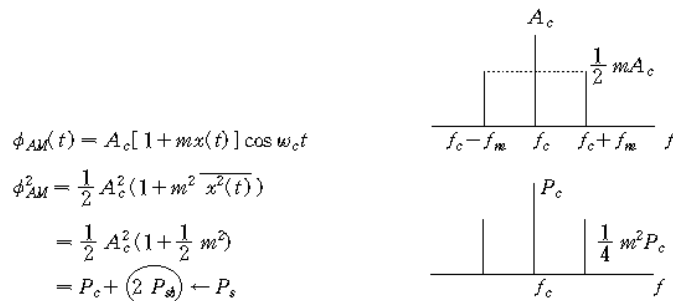
$P_{sb}$  : each sideband power ( power per sideband )

$$\begin{aligned}
 P_{sb} &= \frac{1}{4} A_c^2 m^2 \overline{x^2(t)} \\
 &= \frac{1}{2} m^2 \overline{x^2(t)} P_c
 \end{aligned}$$

- Example : tone modulation  $f(t) = \cos \omega_m t$

$$\begin{aligned}
 \phi_{AM}(t) &= A_c (1 + m \cos \omega_m t) \cos \omega_c t \\
 &= A_c \cos \omega_c t + m A_c \cos \omega_m t \cos \omega_c t \\
 \overline{\phi_{AM}^2(t)} &= \frac{1}{2} A_c^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{2} m^2 A_c^2 = \frac{1}{2} A_c^2 (1 + \frac{m^2}{2}) \\
 &= P_c + P_s = P_c (1 + \frac{m^2}{2})
 \end{aligned}$$

$$\mu = \frac{P_s}{P_t} = \frac{\frac{1}{2} m^2}{1 + \frac{1}{2} m^2} = \frac{m^2}{2 + m^2}$$



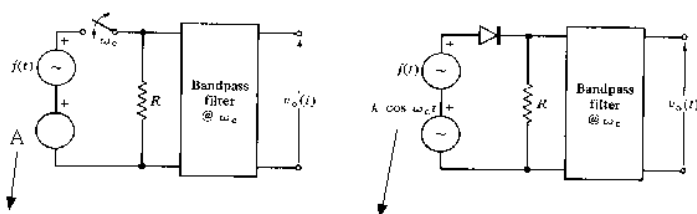
The fraction of the total power contained in the sideband becomes,

$$\mu = \frac{P_s}{P_t} = \frac{\frac{1}{2} m^2}{1 + \frac{1}{2} m^2} = \frac{m^2}{2 + m^2}$$

Since  $m \leq 1$ , the transmission efficiency of an AM(DSB-LC) system is at best 33%  
In contrast, the transmission efficiency of a DSB-SC system is 100%

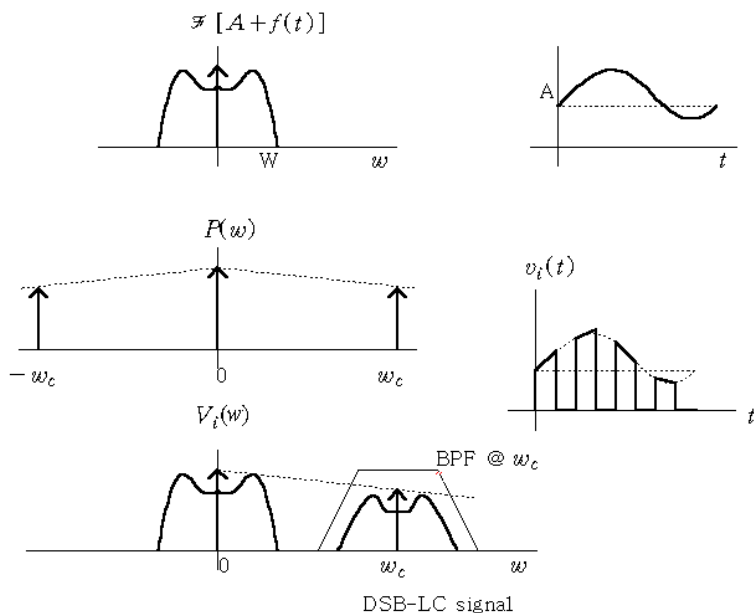
#### ● Generation of DSB-LC signals

i) Chopper modulator (Rectifier modulator)

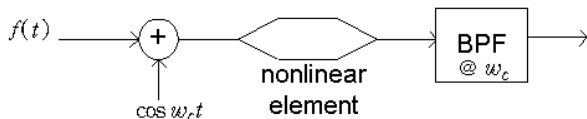


$A$  is large so that  $[A+f(t)] > 0$

If the carrier amplitude is made much greater than  $f(t)$ , an ideal diode will act as a good switch.

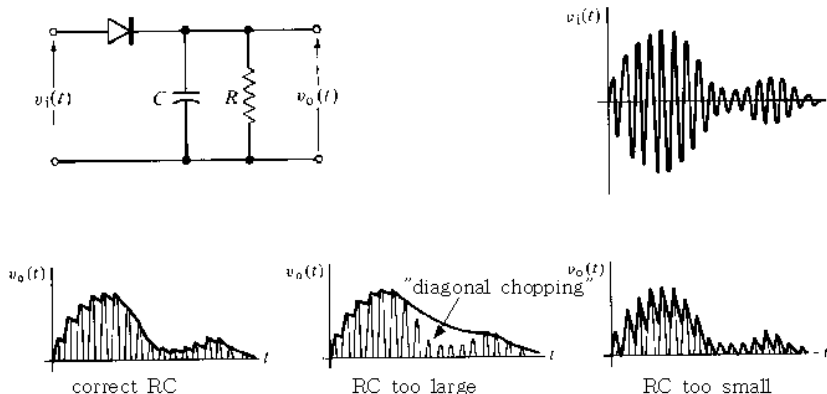


ii) Modulator using nonlinearities (power-law modulator)



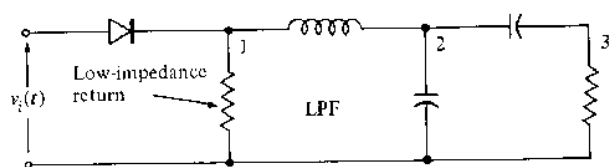
● Detection of DSB-LC signals

i) Envelope detector

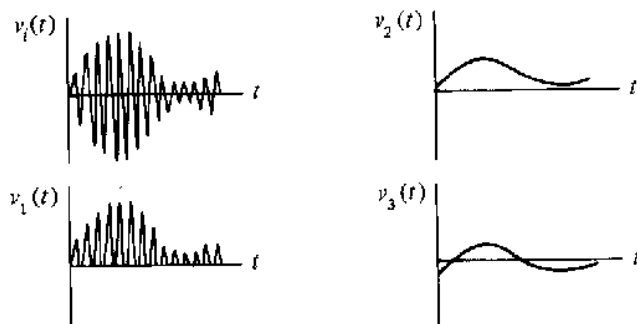


ii) Rectifier detector





The rectifier detector is not as efficient as the envelope detector



[/ Previous Chapter](#) / [5.1](#) / [5.2](#) / [5.3](#) / [5.4](#) / [5.5](#) / [Next Chapter](#) /

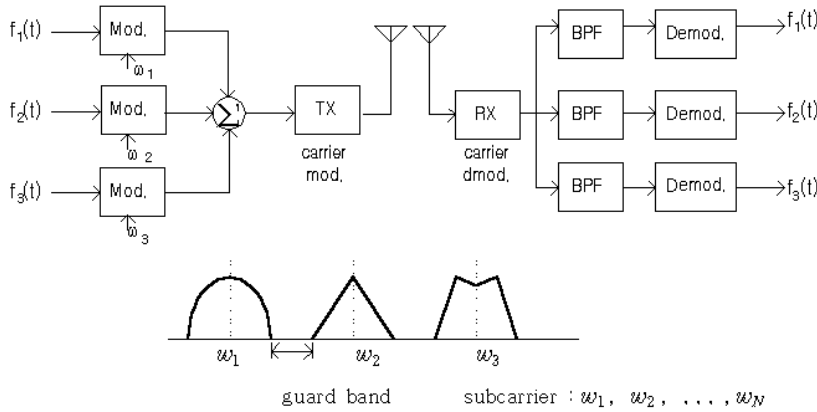
[Back](#)

[To The Contents](#) / [SiteMap](#) / [Demo](#)

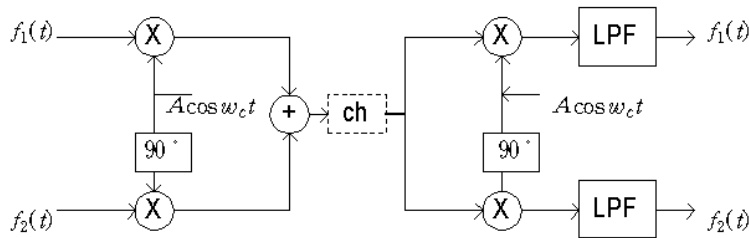


**Multiplexing**, 즉, 다중화란 하나의 채널을 통해서 여러개의 정보를 동시에 전송하는 것을 말한다. 예를 들면, TV 신호에는 영상신호/오디오신호/문자신호 등 여러 정보가 방송국 1개의 채널을 통해 모두 수신된다. FM 스테레오 방송에서도 Right/Left 2개의 신호를 1개 방송국의 carrier 신호를 통해서 전송된다. 이와 같은 다중화는 각 정보를 적절한 subcarrier 신호로 modulation 하여 주파수영역에서 서로 겹치지 않도록 만든 다음에 그 전체를 하나의 신호로 간주하여 원하는 carrier 신호로 modulation 하여 전송함으로써 가능하다. 이와 같은 방식의 다중화를 FDM(frequency division multiplexing), 즉, 주파수다중화 라고 한다.  
 cf: TDM(time division multiplexing)

### 5.3 Frequency-Division Multiplexing (FDM)



● Quadrature multiplexing



Using the orthogonality of sines and cosines makes it possible to transmit and receive two different signals simultaneously on the same carrier frequency

It permits two message signals to occupy the same frequency band  
 But it requires precise phase synchronization of transmitter and receiver

$$\phi(t) = f_1(t) \cos \omega_c t + f_2(t) \sin \omega_c t$$

$$\begin{aligned} \phi(t) \cos \omega_c t &= f_1(t) \cos^2 \omega_c t + f_2(t) \sin \omega_c t \cos \omega_c t \\ &= \frac{1}{2} f_1(t) + \frac{1}{2} f_1(t) \cos 2\omega_c t + \frac{1}{2} f_2(t) \sin 2\omega_c t \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} f_1(t) \text{ by LPF} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi(t) \sin \omega_c t &= f_1(t) \cos \omega_c t \sin \omega_c t + f_2(t) \sin^2 \omega_c t \\ &= \frac{1}{2} f_1(t) \sin 2\omega_c t + \frac{1}{2} f_2(t) - \frac{1}{2} f_2(t) \cos 2\omega_c t \\ &\Rightarrow \frac{1}{2} f_2(t) \text{ by LPF} \end{aligned}$$

[/ Previous Chapter](#) / [5.1](#) / [5.2](#) / [5.3](#) / [5.4](#) / [5.5](#) / [Next Chapter](#) /



[To The Contents](#) / [SiteMap](#) / [Demo](#)



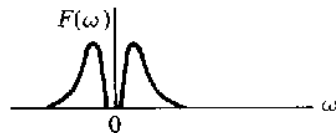
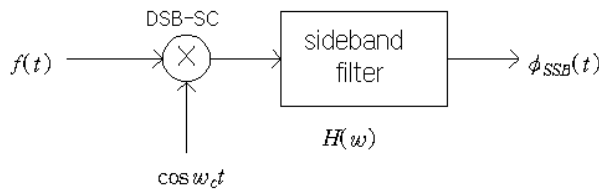
진폭변조된 신호를 전송하기 위해서는, DSB-SC 경우에서 보면 carrier 주파수를 중심으로 원래 modulating signal이 가지고 있는 대역폭의 2배를 필요로 하게 된다. 정보를 전송하는 입장에서 보면 carrier의 상측 또는 하측의 어느 하나만 전송하더라도 상관없으며, 그렇게 할 경우 전송에 필요한 대역폭을 반으로 줄일 수 있게 된다. 이를 위해 개발된 방식이 SSB 방식이다. (SSB: Single Side Band) SSB 방식의 신호를 만들기 위해서는 보통 DSB-SC 신호를 만들어 한쪽을 filtering 하게 되는데, carrier 주파수를 중심으로 abrupt한 특성을 갖는 filter를 만들 수 없으므로 modulating signal의 스펙트럼이 저주파영역에는 거의 존재하지 않는 또는 무시해도 좋은 그런 신호의 변조에만 주로 사용된다. (음성신호의 경우 20 Hz부터 20,000 Hz 까지의 주파수 성분을 가지고 있지만, 보통 음성통신에서는 300 Hz에서 3.3 kHz 정도의 성분만으로도 정보를 전달하는데 별 무리가 없다. 따라서, 아마추어 무선 등의 음성통신에 SSB 방식이 이용되기도 한다.)  
본 section에서는 SSB 신호의 표현 방법 및 변조/복조 방식에 대한 이해가 요구된다.

## 5.4 Single-Sideband(SSB) Modulation

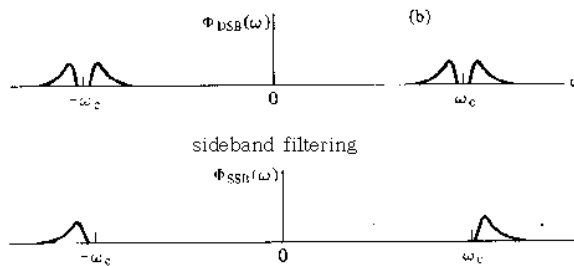


### ● Generation of SSB signals

#### i) Filtered method



Many modulating signals of practical interest have little or no low-frequency contents, i.e., their spectra have "holes" at zero frequency.



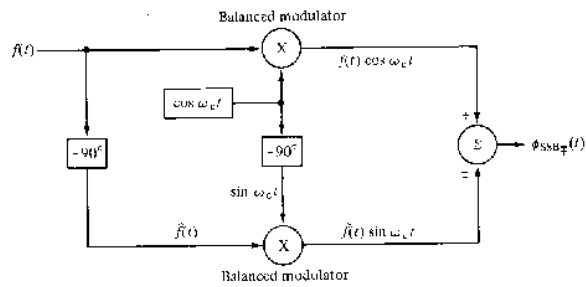
$$f(t) = \cos \omega_m t$$

$$\begin{aligned} \phi_{SSB}(t) &= \cos(\omega_c \pm \omega_m) t \\ &= \cos \omega_m t \cdot \cos \omega_c t \mp \sin \omega_m t \cdot \sin \omega_c t \end{aligned}$$

Generally, SSB waveform in terms of an arbitrary modulating signal can be written as,

$$\phi_{SSB}(t) = f(t) \cos \omega_c t \mp \hat{f}(t) \sin \omega_c t$$

where  $\hat{f}(t)$  is the Hilbert transform of  $f(t)$  that is obtained by shifting the phase of  $f(t)$  by  $90^\circ$  at each frequency.



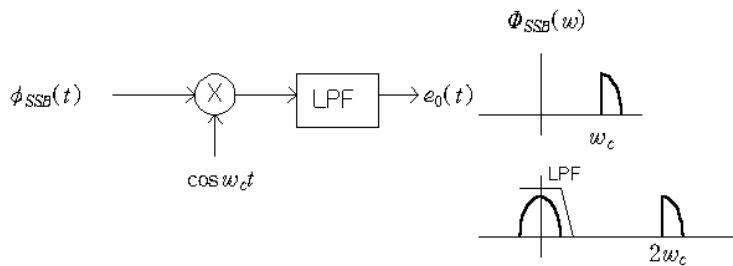
$$\hat{f}(t) = f(t) * \frac{1}{\pi t}$$

: Hilbert transform of  $f(t)$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\tau)}{t-\tau} d\tau$$

Demodulation of SSB signals

- Synchronous detection



i) Phase error  $\lambda | \cos(\omega_c t + \Delta\theta)$

$$e_0(t) = \frac{1}{2} [ f(t) \cos \Delta\theta \mp \hat{f}(t) \sin \Delta\theta ]$$

→ A phase error in the locally generated carrier will result in phase distortion in the output  
 → However, phase distortion in SSB demodulation is quite tolerable for voice communication

ii) frequency error  $\lambda | \cos(\omega_c + \Delta\omega)t$

$$e_0(t) = \frac{1}{2} [ f(t) \cos \Delta\omega t + \hat{f}(t) \sin \Delta\omega t ]$$

→ Frequency errors give rise to spectral shifts as well as to phase distortion in the demodulated output

- envelope detector

$$\begin{aligned}\phi(t) &= A \cos \omega_c t + [f(t) \cos \omega_c t \mp \widehat{F}(t) \sin \omega_c t] \\ &= [A + f(t)] \cos \omega_c t + \widehat{F}(t) \sin \omega_c t \\ &= r(t) \cos(\omega_c t + \theta)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{where } r(t) &= \{[A + f(t)]^2 + \widehat{F}^2(t)\}^{\frac{1}{2}} \\ \theta &= -\tan^{-1}\left[\frac{\widehat{F}(t)}{A + f(t)}\right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}r(t) &= \{[A + f(t)]^2 + \widehat{F}^2(t)\}^{\frac{1}{2}} \quad \begin{matrix} \nearrow 0 \\ \nearrow \end{matrix} \text{ if } |\widehat{F}(t)| \ll A \\ &= A \left(1 + \frac{2f(t)}{2} + \frac{f^2(t)}{A^2} + \frac{\widehat{F}^2(t)}{A^2}\right)^{\frac{1}{2}} \\ &\approx A \sqrt{1 + \frac{2f(t)}{A}} = A \left(1 + \frac{f(t)}{A}\right) \\ &= A + f(t)\end{aligned}$$

→ If the carrier is much larger than the modulating signal, i.e.,  $A \gg |f(t)|$ , then SSB-LC signal can then be demodulated using an envelope detector

[/ Previous Chapter](#) / [5.1](#) / [5.2](#) / [5.3](#) / [5.4](#) / [5.5](#) / [Next Chapter](#) /



[To The Contents](#) / [SiteMap](#) / [Demo](#)

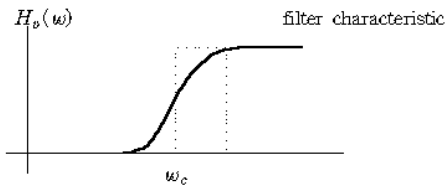
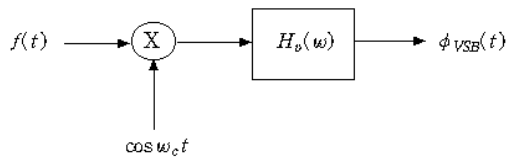


대역폭이 아주 큰 modulating signal을 진폭변조 할 경우에, 변조된 신호의 전송에 필요한 대역폭을 줄이기 위해 SSB 방식이 사용된다고 앞에서 설명하였다. 그러나, modulating signal이 저주파영역의 신호성분을 많이 포함하고 있을 경우에는 원하는 대로의 filtering이 불가능하므로 SSB 방식의 적용이 어렵게 된다. TV 신호의 경우 오디오 및 영상신호를 포함한 전체의 대역폭이 4.5 MHz에 해당되는데 이를 DSB-SC 방식으로 변조할 경우에 전송에 9 MHz의 대역폭이 필요하게 되어 주파수대역의 낭비가 심하게 된다. 그러나 영상 신호의 경우 d.c 성분을 포함한 저주파대역의 성분을 많이 가지고 있으므로 SSB 방식을 적용할 수가 없다. 이를 해결하기 위해 개발된 방식이 VSB 방식이다.(VSB: Vestigial Side Band) carrier 주파수를 중심으로 odd symmetry 특성을 갖는 filter를 이용함으로써 TV 신호의 경우 6 MHz의 대역폭으로 신호를 전송하고 수신측에서 원래의 정보를 복원할 수 있게 된다.

## 5.5 Vestigial-Sideband(VSB) Modulation

Consider a modulating signal of very large bandwidth having significant low-frequency contents  
 For example, television signal, image signal, facsimile data, high-speed digital data

↓  
 Practical SSB systems have poor low-frequency response  
 ↓  
 VSB modulation



"odd symmetry" about the carrier

[/ Previous Chapter](#) / [5.1](#) / [5.2](#) / [5.3](#) / [5.4](#) / [5.5](#) / [Next Chapter](#) /



[To The Contents](#) / [SiteMap](#) / [Demo](#)