5 장 도파관과 동축선로

문제 1) 주파수가 10GHz인 전자파가 도파관내에서 관내파장이 5[cm]이었다. 이 전자파의 위상속도를 구하라.

answer: $v_p = 5\times 10^8 [\mathrm{m/s}]$

문제 2) 구형도파관내를 propagation하는 $f = 10\,\mathrm{GHz}$ 인 TE_{10} wave의 위상속도 v_p를 구하라(단 도파관의 크기는 $0.4\times 0.9[\mathrm{inch}]$ 이다.)

answer: $v_p = 3.97\times 10^8 [\mathrm{m/s}]$

문제 3) TE_{10} mode의 차단주파수 f_c가 $3[\mathrm{GHz}]$일 때 구형도파관의 a(긴변) 길이는?

answer: $a = 5[\mathrm{cm}]$

문제 4) 단면이 $0.9\times 0.4[\mathrm{inch}]$인 구형도파관에서 TE_{10} mode에 대한 cut-off frequency f_c를 구하라. 단 도파관 내부는 공기이다.

answer: $f_c \fallingdotseq 6.56\times 10^9\,[\mathrm{Hz}] = 6.56[\mathrm{GHz}]$

문제 5) $a = 1.5[\mathrm{cm}]$인 구형도파관에 TE_{10} mode를 여기하고, 도파관내에서 전계의 최소점 사이의 거리를 측정하여 보니 $2[\mathrm{cm}]$이었다. 이 전자파 TE_{10} mode의 주파수를 구하라

(단 도파관 밖에서의 주파수이고, 도파관 내부는 공기이다.)

힌트) 식 (5-49)을 이용

answer: $f = 12.5\times 10^9\,[\mathrm{Hz}] = 12.5[\mathrm{GHz}]$

문제 6) $f = 10\,\mathrm{GHz}$ 인 TE_{30} mode를 전송시키기 위해서는 구형도파관의 길이 a는 최소한 얼마이상이어야 하는가?

answer: $a = 4.5[\mathrm{cm}]$

(5) 전력전송

- TE_{01} mode : 전력전송

by poynting vector $\mathrm{P} = \mathrm{E} \times \mathrm{H}$

$$P = \frac{1}{2} \Re e \left[\int_s \mathrm{E} \times \mathrm{H}^* \cdot \bar{\mathrm{z}} \;\; dx\, dy \right] \qquad (5\text{-}11)$$

식 (5-28)을 대입

$$P = \frac{1}{2} \Re e \left[\int_0^a \int_0^b (E_y \,\bar{\mathrm{y}} \times H_x^* \,\bar{\mathrm{x}}) \cdot \bar{\mathrm{z}} \;\; dx\, dy \right]$$
$$= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left(\frac{-\omega \mu a}{\pi} H_{10} \sin \frac{\pi x}{a} \right) \left(\frac{\beta a}{\pi} H_{10} \sin \frac{\pi x}{a} \right) (-\bar{\mathrm{z}}) \cdot \bar{\mathrm{z}}\, dx dy$$
$$= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \frac{\omega \mu \beta a^2}{\pi^2} |H_{10}|^2 \sin^2 \frac{\pi x}{a} \, dx \; dy$$
$$= \frac{\omega \mu \beta a^2}{2 \pi^2} |H_{10}|^2 \int_0^a \int_0^b \sin^2 \frac{\pi x}{a} \, dx$$
$$= \frac{\omega \mu \beta a^2}{2 \pi^2} |H_{10}|^2 \frac{ab}{2} \qquad (5\text{-}31)$$
$$= \frac{\omega \mu \beta a^3 b}{4 \pi^2} |H_{10}|^2$$

$\rightarrow H_{10}$ 를 기준으로 한 계산 것

(6) 전력손실

(a) 유전체에 의한 손실

도파관 = 완전도체

매질 = 유전체 - 완전도체, 유전체 Loss

실효유전율 = ϵ 이라 하면

유전체 복소 유전율 $\epsilon_c = \epsilon \left(1 + \frac{\sigma}{j \omega \epsilon} \right)$ 이므로

전파상수 $\gamma^2 = \omega^2 \mu \epsilon_c$ 가 됨

즉, $\gamma = \alpha_d + j \beta_{10} = \sqrt{k_c^2 - k^2}$

$$= \sqrt{\omega_c^2 \mu \epsilon_c - \omega^2 \mu \epsilon_c} = \sqrt{\omega_c^2 \mu \left(1 + \frac{\sigma}{j \omega \epsilon} \right) - \omega^2 \mu \left(1 + \frac{\sigma}{j \omega \epsilon} \right)}$$
$$= \sqrt{\mu \epsilon (\omega_c^2 - \omega^2)} \sqrt{1 + \frac{\sigma}{j \omega \epsilon}}$$

실제에서 $\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \ll 1$ 이므로

where, $\left(1+\dfrac{\sigma}{2j\omega\epsilon}\right)^2 = 1+\dfrac{\sigma}{j\omega\epsilon}+\left(\dfrac{\sigma}{j\omega\epsilon}\right)^2 \fallingdotseq 1+\dfrac{\sigma}{j\omega\epsilon}$

$$\sqrt{1+\frac{\sigma}{j\omega\epsilon}} = \sqrt{\left(1+\frac{\sigma}{2j\omega\epsilon}\right)^2} = 1+\frac{\sigma}{2j\omega\epsilon}$$

$$\therefore \quad \gamma \fallingdotseq \sqrt{\mu\epsilon(\omega_c^2-\omega^2)}\left(1+\frac{\sigma}{2j\omega\epsilon}\right)$$
$$= \sqrt{\mu\epsilon(\omega_c^2-\omega^2)}\left(j+\frac{\sigma}{2\omega\epsilon}\right)$$

where, $\beta^2 = k^2 - k_c^2 = \omega^2\mu\epsilon - \omega_c^2\mu\epsilon$

$\therefore \quad \beta_{10} = \sqrt{\mu\epsilon(\omega^2-\omega_c^2)}$ 이므로

$$\therefore \quad \gamma = j\beta_{10} + \frac{\sigma\beta_{10}}{2\omega\epsilon}$$

즉, 유전체 손실에 의한 감쇠(attenuation) α_d

$$\therefore \quad \alpha_d = \frac{\sigma\beta_{10}}{2\omega\epsilon} = \frac{\sigma}{2\omega\epsilon}\sqrt{\omega^2\mu\epsilon - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}$$

(b) 도파관 벽에 의한 손실

→ 주된 손실(by 표면전류)

지금 $z=0$인 점에서 전력 전송 $=P_0$, 감쇠정수 $=\alpha$라면

$z=z$점에서 전송전력 $P_{10}=P_0e^{-2\alpha z}$ (크기만 고찰)

$$\therefore \quad \frac{dP_{10}}{dz} = \frac{dP_0e^{-2\alpha z}}{dz} = -2\alpha P_0 e^{-2\alpha z} = -2\alpha P_{10}$$

$$\therefore \quad \alpha = -\frac{1}{P_{10}}\frac{dP_{10}}{dz} = \frac{P_L}{2P_{10}}$$

where, P_L : 단위길이당 전력 손실=($\mathrm{J}=\overline{\mathrm{n}}\times\mathrm{H}$)에서 구함

$R_s = \dfrac{1}{\sigma\delta}$ = 표면저항율이면 $\delta = \sqrt{\dfrac{2}{\omega\mu\sigma}} = \dfrac{1}{\sqrt{\pi f\mu\sigma}}$

by (2-39) :$P_L = \dfrac{1}{2}R_s|\mathrm{J}_s|^2$에 의해서

$$P_L = \frac{R_s}{2}|\mathrm{J}_s|^2 = \frac{R_s}{2}|\mathrm{H}_s|^2$$
$$= \frac{R_s}{2}(|H_x|^2+|H_z|^2)$$

where, $H_z = H_{10} \cos \frac{\pi x}{a} \; e^{-j\beta z}$ (5-28)

$$H_x = \frac{j\beta a}{\pi} H_{10} \sin \frac{\pi x}{a} \; e^{-j\beta z}$$

$$k_c = \frac{\pi}{a}$$

$$P_L = \frac{R_s}{2} |\mathrm{J}_s|^2 = \frac{R_s}{2} |\mathrm{H}_s|^2$$

$$= \frac{R_s |H_{10}|^2}{2} \left(\underbrace{2\int_0^b dy}_{\text{관벽 = 2}} + 2\int_0^a \underbrace{\frac{\beta_{10}^2}{k_c^2} \sin^2 \frac{\pi x}{a}}_{H_z} dx + 2\int_0^a \underbrace{\cos^2 \frac{\pi x}{a}}_{H_x} dx \right)$$

$$\therefore \quad P_L = R_s |H_{10}|^2 \left[b + \frac{a}{2}\left(\frac{\beta_{10}^2}{k_c^2}\right) + \frac{a}{2} \right] \quad (5\text{-}34)$$

where, P_{10}(전력전송) = 식(5−31)

$$= \frac{1}{2} \frac{\beta_{10}}{\omega\mu} ab |E_{10}|^2$$

$$= \frac{\beta_{10}\,\omega\,\mu\,a^3 b}{4\pi^2} |H_{10}|^2 \text{ 이므로}$$

감쇠정수

$$\therefore \quad \alpha = \frac{P_L}{2P_{10}} = \frac{R_s |H_{10}|^2 \left[b + \frac{a}{2}\left(\frac{\beta_{10}^2}{k_c^2}\right) + \frac{a}{2} \right]}{2 \frac{1}{2} \frac{\beta_{10}}{\omega\mu} ab |E_{10}|^2}$$

$$= \frac{R_s |H_{10}|^2 \left[b + \frac{a}{2}\left(\frac{\beta_{10}^2}{k_c^2}\right) + \frac{a}{2} \right]}{2 \cdot \frac{1}{2} \frac{\beta_{10}\,\omega\,\mu\,a^3 b}{\pi^2} |H_{10}|^2}$$

$$= \frac{R_s \pi^2}{\beta_{10}\,\omega\,\mu\,a^3} \left[b + \frac{a}{2}\left(\frac{\beta_{10}^2}{k_c^2}\right) + \frac{a}{2} \right]$$

where, $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$

$$k_c = \frac{\pi}{a}$$

$$\beta_{10} = k^2 - k_c^2 = \omega^2 \mu\epsilon - \frac{\pi}{a}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

$$\therefore \quad \alpha = \frac{R_s}{a\,b\,\beta_{10}\,k\,\eta}\left[2b\,k_c^2 + a\,k^2\right]$$

where, $\beta_{10}\ \sqrt{k^2 - k_c^2}$

$\rightarrow \quad \omega = \omega_c$ 인 경우 : $\beta_{10} = 0$

$\therefore \quad \alpha \quad \rightarrow \quad \infty$

$f \quad \rightarrow$ 증가 : $\alpha \quad \rightarrow$ 최소치

$f \quad \rightarrow$ 증증가 : $\alpha \quad \rightarrow$ 大

$\omega \gg \omega_c \qquad \therefore \alpha$ 는 $\sqrt{f}$ 에 비례 증가