081117 mon 12주차.

[3] 양도체 내에서의 평면파.

* 도체 면에서 TEM파 반사. 투과.

(경계면에서 수직으로 입사하는 경우)

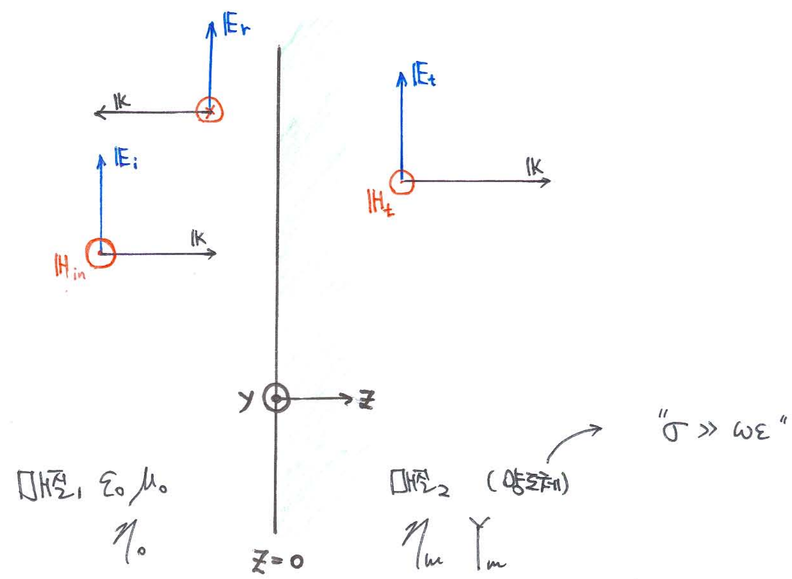
1. 우선 E_i에 의해서 E_r, E_t가 존재하는 것으로 가정하고 계산한 후.

2. 경계 조건으로 결정.

3. 도전 전류 ≫ 변위 전류 ($\sigma \gg \omega\varepsilon$)

Good Conductor

또는: $\sigma / \omega\varepsilon \gg 1$



$\mathbb{E}_i$ - 입사파.
$\mathbb{E}_r$ - 반사파.
$\mathbb{E}_t$ - 투과파.

$\bar{x} \times \bar{y} = \bar{z}$
$\mathbb{E} \times \mathbb{H} = \mathbb{P}$

1, 입사파

$$\mathbb{E}_i(z) = E_{i0}\, e^{-jk_z \cdot z} \cdot \bar{x}$$

$$\mathbb{H}_i(z) = \frac{E_{i0}}{\eta_0}\, e^{-jk_z \cdot z} \cdot \bar{y}$$

반사파

$$\mathbb{E}_r(z) = E_{r0}\, e^{jk_z \cdot z} \cdot \bar{x}$$

$$= |\Gamma|\, E_{i0}\, e^{jk_z \cdot z} \cdot \bar{x}$$

$$\mathbb{H}_r(z) = \frac{1}{\eta_0}\, \bar{\mathbb{K}} \times \mathbb{E}_r(z)$$

$$= \frac{1}{\eta_0}\, E_{r0}\, e^{jk_z \cdot z} \cdot (-\bar{y})$$

$$= \frac{-1}{\eta_0}\, |\Gamma|\, E_{i0}\, e^{jk_z \cdot z}\, \bar{y}$$

* $\mathbb{r} = x \cdot \bar{x} + y\, \bar{y} + z\, \bar{z}$
$\mathbb{K} = k_x \cdot \bar{x} + k_y \cdot \bar{y} + k_z \cdot \bar{z}$

2, 도체 내에서 Helmholtz's Eq by (2-5 a)

$$\nabla^2 \mathbb{E} = \mu\sigma \frac{\partial \mathbb{E}}{\partial t} + \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbb{E}}{\partial t}$$

손실매질 ($\sigma \neq 0$) , '도체 내' 에는 $\varepsilon = 0$ 이므로,

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbb{E} - \mu\sigma \dfrac{\partial \mathbb{E}}{\partial t} = 0 & : \text{순시식} \\ \nabla^2 \mathbb{E} - j\omega\mu\sigma \mathbb{E} = 0 & : \text{phasor 식} \end{cases}$$

$$\therefore \quad \nabla^2 \mathbb{E}_x - j\omega\mu\sigma \mathbb{E}_x = 0 \qquad (\text{식 } 2\text{-}46)$$

where, $\mathbb{E}_x$ 는 x 성분을 갖고 z 방향으로 진행.

$$\frac{\partial^2 \mathbb{E}_x}{\partial z^2} - j\omega\mu\sigma \mathbb{E}_x = 0$$

$$\therefore \quad \mathbb{E}_x(z) = E_{x0}\, e^{-jk_z \cdot z} \cdot \bar{X}$$

$$= E_{x0}\, e^{-\gamma z}\, \bar{X}$$

여기서 (by z -28 쪽)

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}$$

양도체 $\sigma/\omega\varepsilon \gg 1$

$$\sqrt{j} = \sqrt{j^2/2} = \sqrt{\frac{(1+j)^2}{2}} = \frac{1+j}{2}$$

$$\therefore \gamma = \frac{1+j}{\sqrt{2}}\sqrt{\omega\mu\sigma}$$

$$= (1+j)\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}$$

$$= (1+j)\underbrace{\sqrt{\pi f\mu\sigma}}_{\alpha=\beta}$$

$$\alpha = \sqrt{\pi f\mu\sigma}$$

$$1/\delta = \beta \quad [N_p/m]$$

where, $\delta = 1/\sqrt{\pi f\mu\sigma}$ skin depth

$$\therefore \gamma = \underline{1+j/\delta}$$

if, $z = \delta$ $\quad e^{-\alpha z} = e^{-\alpha\cdot\delta} = e^{-1}$

$= 0.368$

≫

즉, 크기가 e^{-1} 또는 0.368 만큼 감쇄했을 때의

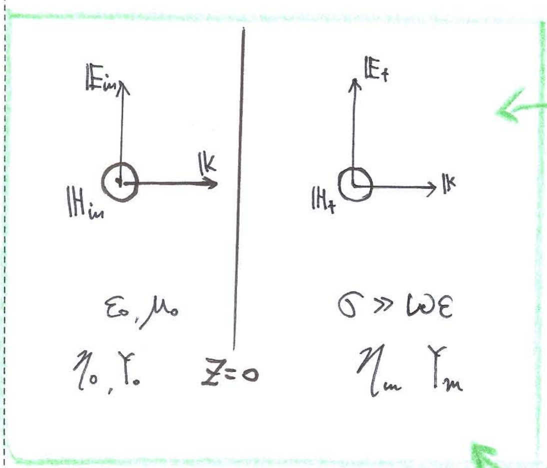
두께 (깊이)

Skin depth

Characterostic depth of penetration.

081118 TU.

복습 - [3] 양도체 내의 평면파.



$$\mathbb{E}_i(z) = E_{i0}\, e^{-jk_z z}\ \bar{x}$$
$$\mathbb{H}_i(z) = \frac{1}{\eta_0} E_{i0}\, e^{-jk_z z}\ \bar{y}$$

$$\mathbb{E}_r(z) = E_{r0}\, e^{+jk_z z}\ \bar{x}$$
$$\mathbb{H}_r(z) = \frac{1}{\eta_0} E_{r0}\, e^{+jk_z \cdot z}\ \bar{y}$$

$$* \ \mathbb{E}_t(z) = E_{t0}\, e^{-jk_z z} \cdot \bar{x}$$
$$= E_{t0}\, e^{-\gamma z} \cdot \bar{x}$$

$$\gamma = (j\omega\mu\sigma)^{1/2}$$

$$= \underbrace{(1+j)}_{\delta} \sqrt{\pi f \mu \sigma}$$

$$= \alpha + j\beta$$

$$(\alpha = \beta = \sqrt{\pi f \mu \sigma}$$

where, $\delta = 1/\sqrt{\pi f \mu \sigma}$: Skin depth.

교재 31p.

(예제 2-3)

$$* \ \mu = \mu_0 \underbrace{\mu_r}_{\text{"1"}} = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

$$\delta = 1/\sqrt{\pi f \mu \sigma}$$

$$= 1/\sqrt{3.1416 \times 1 \times 10^{9} \times 4\pi \times 10^{-7} \times \sigma}$$

$$= 5.03 \times 10^{-3} \times 1/\sqrt{\sigma}$$

ex. 구리 에서 $f = 3$ MHz.

$\alpha = 2.62 \times 10^4$ (Np/m) 일때의 skin depth ?

$(※ \ \delta = 1/\sqrt{\pi f \mu \sigma} = 1/\alpha)$

$$z = \delta = 1/\alpha = 1/2.62 \times 10^4 = 0.038 \text{ mm}$$

cf). 10 GHz 경우. $z = 0.66 \mu m$.

* 표피두께?

↳ e^{-1} 감소되는 거리(두께)

(5) V_p 위상 속도

$$V_p = \omega/\beta = \omega/\sqrt{\pi f \mu \sigma} = \omega\sigma$$

$$= \sqrt{\frac{(2\pi f)^2}{\pi f \mu \sigma}}$$

$$= \sqrt{2}\sqrt{\frac{\omega}{\mu\sigma}}$$

ex. Cu (구리) 에서 $\sigma = 5.8\times10^7$ [S/m] 이고,

$f = 3$ MHz 에서 전파속도는?

* $\mu = \mu_0\mu_r = \mu_0 = 4\pi\times10^7$

Sol) $V_p = \sqrt{2}\sqrt{\frac{2\pi\times3\times10^6}{4\pi\times10^{-7}\times5.8\times10^7}}$

$= 720$ m/s

C (빛속도) >> 작다!

30만 km/s

6) $\lambda = 2\pi/\beta = 2\pi/\sqrt{\pi f \mu \sigma}$

$= 2\sqrt{\pi/f\mu\sigma}$ [m]

ex) Cu 구리, 3MHz 일때 → λ = 0.25 mm.

Air 공기 3MHz 일때 → λ = 100 m.

7) 합편 자계 $\mathbb{H}_t$

$\nabla \times \mathbb{E} = -j\omega\mu \mathbb{H}$ 에서

$$\mathbb{H} = -\frac{1}{j\omega\mu} \cdot \nabla \times \mathbb{E}_t(z)$$

$$= \frac{-1}{j\omega\mu} \begin{vmatrix} \bar{x} & \bar{y} & \bar{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_{to} e^{-\gamma z} & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -\frac{1}{j\omega\mu} \left(\frac{\partial E_{to} e^{-\gamma z}}{\partial z} \bar{y} - \frac{\partial E_{to} e^{-\gamma z}}{\partial y} \bar{z} \right)$$

$$= -\frac{1}{j\omega\mu} (-\gamma) E_{to} e^{-\gamma z} \bar{y}$$

$$= \frac{\gamma}{j\omega\mu} E_{to} e^{-\gamma z} \bar{y}$$

8) 도체 내에서

$$\frac{E_t}{H_t} = \eta_m = \frac{j\omega\mu}{\gamma}$$

$$= \frac{j\omega\mu}{\sqrt{j\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}}$$

$$= \frac{1+j}{\sigma \cdot \delta} = \frac{\sqrt{2}}{\sigma \cdot \delta} e^{j\frac{\pi}{4}}$$

* 자계는 전계에 비해 $\pi/4$ 지연.

- 경계면에서 전계, 자계의 접선 성분은 연속이어야 하므로,

$$E_i + E_r = E_i + \Gamma E_i$$

$$= (1+\Gamma) E_i$$

$$= \tau E_i = E_t$$

where, Γ 반사계수, τ 투과계수.

$$H_i + H_r = H_i + \Gamma H_i$$

$$= (1+\Gamma) H_i = t H_i = H_t$$

$$= (1+\Gamma)\frac{1}{\eta_0} E_i$$

$$= \frac{1}{\eta_m} E_t$$

where, $t = 1 + \Gamma = \dfrac{2\eta_m}{\eta_m + \eta_0}$ 이므로.

$$\eta_0 \gg \eta_m$$

- μ-wave 영역.

$t=0$, $\Gamma = -1$ 일 때,

경계면에서 전계의 접선 성분 $E_t = t E_i = 0$

자계의 접선성분

$$H_t = (1-\Gamma) H_i = 2 Y_0 E_i$$

$$= (1-\Gamma)\frac{1}{\eta_0} E_i = 2 H_i$$

$$= (1-\Gamma) Y_0 E_i$$

* 도체 내에서의 전류밀도.

$$\mathbb{J} = \sigma \mathbb{E}$$

$$= \sigma \mathbb{E}_t$$

$$= \sigma E_{to} e^{-\gamma z} \bar{x}$$

$\bar{x}$ 방향으로 변화하면서,

z 방향으로 진행.

$$\mathbb{J}_s = \int_0^\infty \mathbb{J}\, dz = \sigma E_{to} \int_0^\infty e^{-\gamma z}\, dz$$: 표면전류밀도.

$$= \frac{\sigma t}{\gamma} E_i \bar{x}$$

where, $t = 2\eta_m / \eta_m + \eta_o \cong \dfrac{2\eta_m}{\eta_o} = \dfrac{2}{\eta_o} \cdot \dfrac{1+j}{\sigma \cdot \delta}$

$\gamma = 1+j / \delta$

$$\therefore \mathbb{J}_s = \frac{\sigma \cdot \frac{2}{\eta_o} \cdot \frac{1+j}{\sigma\delta}}{\frac{1+j}{\delta}} \cdot E_i \bar{x}$$

$\mathbb{J}_s$는 E_i의 전위차에 기인.

$$= 2 \frac{E_i}{\eta_o} \bar{x} = 2 Y_o E_i \bar{x} = 2 H_i \bar{x}$$

* 전력전송 (평균전력)

$$P_{av} = \frac{1}{2} \mathrm{Re} \left[\mathbb{E} \times \mathbb{H}^* \cdot \overline{z} \right]$$

where, 벡터 등식

$$\overline{z} \cdot (\mathbb{E} \times \mathbb{H}^*) = (\overline{z} \times \mathbb{E}) \cdot \mathbb{H}^*$$

$$= \eta_m \, \mathbb{H} \cdot \mathbb{H}^*$$

$$P_{av} = \frac{1}{2} \mathrm{Re} \left[\eta_m \, \mathbb{H} \cdot \mathbb{H}^* \right]$$

$$= \frac{1}{2} \mathrm{Re} \left[\eta_m \, |\mathbb{H}|^2 \right]$$

$$\left(\text{where, } \eta_m = {}^{1+j}/_{\sigma \cdot \delta} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \mathrm{Re} \left[\frac{1+j}{\sigma \cdot \delta} \, |\mathbb{H}|^2 \right]$$

$$= \frac{1}{2} \frac{1}{\sigma \cdot \delta} \, |\mathbb{H}|^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot R_s \cdot \mathbb{H}^2$$

: R_s : 표면저항 (식 2-38)

$$= 1/\sigma\delta = \rho \frac{1}{\delta} \, [\Omega/m^2]$$

$$= \frac{1}{2} R_s \cdot J_s^2$$

J_s : 표면전류밀도 (식 2-39)

30p. 〈표 2-1〉 각종 매질 내에서 평면파의 전파특성.

↓

읽어보고, 복습하세요.

T

평면파가 구리로 만들어진 ANTENA에 수직으로

입사하였다. 평면파의 주파수 $f = 1$ GHz 이고,

구리의 도전율 $\sigma = 5.183 \times 10^{7}$ (S/m) 이다.

이 안테나의 전파상수, 특성임피던스, 표피두께, 위상속도,

파장, 반사계수 는?

구리 → 양도체.

① δ 부터 계산한다. (skin depth),

$$\delta = 1/\alpha = 1/\sqrt{\pi f \mu \sigma}$$

$$= 2.088 \times 10^{-6} \ (m)$$

$$= 2.088 \ (\mu m)$$

* 단, $\mu = \mu_0 \mu_r \quad (\mu_r = 1)$

$= \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$

② Propagation Constant

$$\gamma = (j\omega\mu\sigma)^{1/2}$$

$$= (1+j)\sqrt{\pi f \mu \sigma} = {}^{1+j}/_{\delta}$$

$$= {}^{1+j}/_{2.088 \times 10^{-6}}$$

$$= (4.789 + j4.789) \times 10^{5} \ m^{-1}$$

③ Characterstic Impedance η_m.

$$\eta_m = \frac{E}{H} = {}^{j\omega\mu}/_{\gamma} = {}^{j\omega\mu}/_{\sqrt{j\omega\mu\sigma}} = {}^{1+j}/_{\sigma \cdot \delta}$$

$$= (8.239 + j8.239)\, 10^{-3}\ \Omega$$

= 저항 + Coil 성분.

④ $V_p = \omega/\beta = \omega/\sqrt{\pi f \mu \sigma} = \omega\delta$

$= 2\pi f \times \delta$

$= 1.31 \times 10^4$ m/s

⑤ 구리 안테나 내의 파장 λ

$\lambda = 2\pi/\beta = 2\pi/\sqrt{2\pi\mu\sigma} = 2\pi\delta$

$= 0.131$ (μm)

≪ 공기중에서 파장 0.1m

⑥ Γ 반사계수

$\Gamma = \dfrac{\eta_m - \eta_0}{\eta_m + \eta_0} \doteqdot -0.957 + j0.042$

$\doteqdot 0.96 \angle 177.5°$

★ Report Cheng 책, 연습문제 7-8, 7-9 (371p)