2002학년도 3월 고3 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시

수리영역

자 연 계 | 성명 | | 수험번호 | | | | | | 3 | | | | | 1

◦먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.
◦문제지에 성명과 수험번호를 정확히 기입하시오.
◦답안지에 수험번호, 응시계열, 답을 표기할 때는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
◦주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
◦문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
◦계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. 두 유리수 a, b 에 대하여 등식

$$(1+\sqrt{2})a-(b+3\sqrt{2})\sqrt{2}=0$$

이 성립할 때, $a+b$의 값은 ? [2점]

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

2. 분수방정식 $\frac{x+1}{x^2}+\frac{x^2}{x+1}=\frac{5}{2}$ 의 모든 근의 합은? [2점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

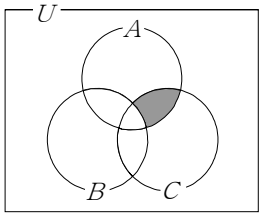
3. 이차 정사각행렬 A, B 가 $(A-B)^2=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}$, $A^2+B^2=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 1 & 3\end{pmatrix}$ 을 만족할 때, 행렬 $(A+B)^2$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

4. $\log_2(x+y)=2$, $\log_3 x+\log_3 y=1$ 일 때, x^2+y^2의 값은? [2점]

① 7 ② 10 ③ 13
④ 19 ⑤ 22

5. 오른쪽 벤 다이어그램의 어두운 부분을 나타내는 집합을 <보기>에서 모두 고르면? (단, U는 전체집합이다.) [2점]



<보기>

ㄱ. $(A\cap C)\cap B^c$
ㄴ. $(A\cap C)-(A\cap B\cap C)$
ㄷ. $(A-B)\cap(C-B)$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

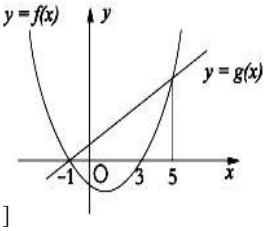
6. 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나누었을 때의 몫과 나머지가 각각 x^2+2x+3, 4일 때, 다항식 $xf(x)+2$를 $x+1$로 나누었을 때의 몫은? [2점]

① x^3+2x^2+3x+4 ② x^3-2x^2+2x+3
③ x^3+x^2+x+4 ④ x^3+3x^2-2x+4
⑤ x^3+4x^2-3x+2

7. 이차함수 $y=f(x)$와 일차함수 $y=g(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 방정식

$$\frac{f(x)}{g(x)}-1=0$$

의 모든 실근의 합은? [2점]



① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 8

8. 일차변환 f와 행렬 $A=\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$에 대하여 $f(A)+f(B)=\begin{pmatrix}0\\4\end{pmatrix}$가 성립한다. 일차변환 f의 역변환 f^{-1}가 존재할 때, $f^{-1}(B)$는? [3점]

① $\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$

9. △ABC에서 $A=30°$, $\overline{AC}=8$, $\overline{BC}=4\sqrt{2}$일 때, 예각 C의 크기는? [3점]

① $15°$ ② $30°$ ③ $45°$
④ $60°$ ⑤ $75°$

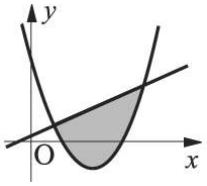
10. 좌표평면 위에서 연립부등식

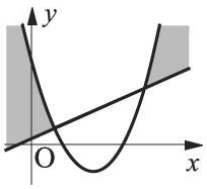
$$\begin{cases} y \geqq f(x) \\ y \leqq g(x) \end{cases}$$

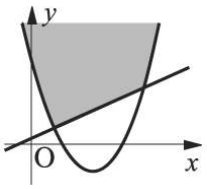
의 영역이 오른쪽 그림과 같을 때, 부등식

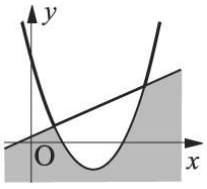
$$\{y-f(x)\}\{y-g(x)\} \leqq 0$$

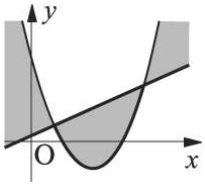
의 영역을 그림으로 나타내면?
(단, 경계선은 모두 영역에 포함된다.) [3점]

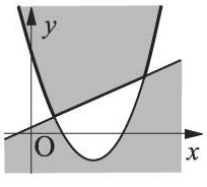


①


②


③


④


⑤


11. 세 실수 a, b, c $(a<b<c)$에 대하여 x에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} (x-a)(x-b)>0 \\ (x-b)(x-c)>0 \end{cases}$$

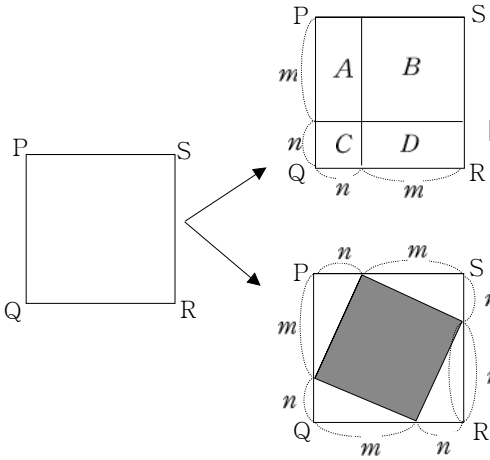
의 해가 $x<-4$, $x>3$일 때, 이차부등식

$$x^2+ax+c<0$$

의 해는? [3점]

① $-3<x<4$ ② $3<x<4$
③ $-3<x<1$ ④ $-1<x<3$
⑤ $1<x<3$

12. 다음 [그림 1]은 정사각형 PQRS의 각 변을 $m:n$으로 내분하는 점을 연결하여 4개의 직사각형으로 나눈 것이고, [그림 2]는 같은 정사각형 PQRS의 각 변을 $m:n$으로 내분하는 점을 연결하여 4개의 직각삼각형과 1개의 정사각형으로 나눈 것이다.



[그림 1]의 각 직사각형의 넓이를 A, B, C, D라 할 때, 다음 중 [그림 2]의 어두운 정사각형의 넓이를 나타내는 것은 ? [3점]

① $3A$ ② $A+B$ ③ $B+C$
④ $A+2C$ ⑤ $B+2C$

13. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$에 대하여 함수 $f(x)$는 X에서 X로의 일대일대응이다. 함수 $f(x)$가

$$(f\circ f)(1)=4,\ (f\circ f)(3)=3$$

을 만족할 때, $2f(1)+4f(3)$ 값은?

(단, $(f\circ f)(x)=f(f(x))$) [3점]

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

14. 세 실수 x, y, z에 대하여 조건 p, q, r를

$p : x^2+y^2+z^2=0$

$q : x^2+y^2+z^2+xy+yz+zx=0$

$r : x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx=0$

이라 할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보기>

ㄱ. p는 q이기 위한 필요충분조건이다.
ㄴ. p는 r이기 위한 충분조건이다.
ㄷ. q는 r이기 위한 필요조건이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

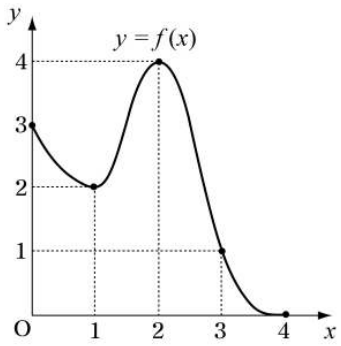
15. 폐구간 [0, 4]에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같다. 합성함수 f^n을

$$f^1=f,\ f^2=f\circ f,\ \cdots\cdots,\ f^{n+1}=f^n\circ f$$

($n=1, 2, 3, \cdots$) 이라 정의하자.

이 때, $f^{2002}(0)$의 값은?

(단, 점선은 x축 또는 y축에 평행하다.) [3점]



① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

16. 네 일차변환 f_1, f_2, f_3, f_4를 나타내는 행렬을 각각 $\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}-1&0\\0&-1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$

이라 한다. 합성변환 $f_1\circ f_2\circ f_3\circ f_4\circ f_3\circ f_2\circ f_1$에 의하여 점 (a, b)가 옮겨진 점의 좌표는? [2점]

① $(-a, b)$ ② $(a, -b)$ ③ $(-a, -b)$
④ (b, a) ⑤ $(-b, a)$

17. 이차 정사각행렬 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 에 대하여 $|A|$를 $|A|=ad-bc$로 정의한다.

다음은 명제 "두 이차 정사각행렬 A, B에 대하여 AB의 역행렬이 존재하면 A, B 모두 역행렬이 존재한다."를 증명하는 과정이다.

$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}$ 라고 하면

$AB=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ax+bz & ay+bw \\ cx+az & cy+dw \end{pmatrix}$ 이다.

AB의 역행렬이 존재하면 [(가)] 이다.

$|AB|=(ax+bz)(cy+dw)-(ay+bw)(cx+az)$

$=aaxw+bcyz-bcxw-aayz$

$=ad\times($ [(나)] $)-bc\times($ [(나)] $)$

$=(ad-bc)\times($ [(나)] $)=|A||B|$

[(가)] 이므로 [(다)] 이다.

따라서 A, B 모두 역행렬이 존재한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 나열하면? [3점]

① $|AB|=0$, $xw+yz$, $|A|=0$ 이고 $|B|=0$

② $|AB|\neq 0$, $xw+yz$, $|A|\neq 0$ 이고 $|B|\neq 0$

③ $|AB|=0$, $xw-yz$, $|A|=0$ 또는 $|B|=0$

④ $|AB|\neq 0$, $xw-yz$, $|A|\neq 0$ 또는 $|B|\neq 0$

⑤ $|AB|\neq 0$, $xw-yz$, $|A|\neq 0$ 이고 $|B|\neq 0$

18. 다음은 a, b가 모두 홀수일 때

$m=11a+b$, $n=3a+b$

중 적어도 하나는 제곱수가 아님을 증명하는 과정이다. (단, 정수의 제곱인 수를 제곱수라 한다.)

a, b가 홀수이므로 m, n은 모두 짝수이다.

m, n이 모두 제곱수라고 가정하면 $m=4p^2$, $n=4q^2$ (p, q는 정수) 로 놓을 수 있다.

$m-n=(11a+b)-(3a+b)=8a$ 이므로

$(p+q)(p-q)=$ [(가)]

그런데 p, q는 정수이므로 두 수 $p+q$와 $p-q$는 모두 홀수 아니면 짝수이다.

그러므로 $(p+q)(p-q)$는 홀수이거나 [(나)] 의 배수이다.

그런데 (가)는 [(나)] 의 배수가 아닌 짝수이므로 모순이다.

따라서 m, n 중 적어도 하나는 제곱수가 아니다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 식 또는 수를 순서 대로 나열하면? [3점]

① $2a$, 4 ② $4a$, 4 ③ $2a$, 3

④ $4a$, 3 ⑤ $2a$, 6

19. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a & 2 \\ 1 & a-2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y \\ -x+y \end{pmatrix}$$

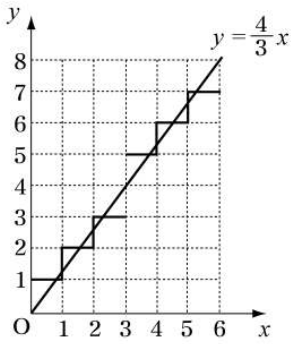
가 $x=y=0$ 이외의 해를 가질 때, 실수 a의 값들의 합은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

20. 실수 a에 대하여 a보다 크지 않은 최대의 정수를 $[a]$, a보다 작지 않은 최소의 정수를 $\langle a \rangle$로 나타내기로 한다.
예를 들어 $[4.3]=4$, $\langle 4.3 \rangle = 5$이다.
이 때, $\left\langle \left[\frac{3x+8}{x+2} \right] + \frac{x}{5} \right\rangle = 5$를 만족시키는 양의 정수 x의 개수는? [3점]

① 3 ② 5 ③ 7
④ 9 ⑤ 11

21. 좌표평면 위에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점을 양 끝점으로 하고 길이가 1인 선분을 단위선분이라고 하자.
아래 그림은 $0<x<6$에서 직선 $y=\frac{4}{3}x$가 만나는 단위선분의 개수는 10개임을 보여주고 있다.
이와 같이 생각할 때, $0<x<28$에서 직선 $y=\frac{11}{7}x$가 만나는 단위선분의 개수는?
(단, 직선이 단위선분의 끝점과 만나는 것은 제외한다.) [3점]



① 64 ② 65 ③ 66
④ 67 ⑤ 68

22. A, B, C, D 네 팀이 출전한 어느 축구대회에서 네 팀이 각각 다른 세 팀과 한 번씩 경기를 치르는 리그 방식의 예선전을 하였다.
각 경기에서 이긴 팀은 3점을 받고, 진 팀은 0점을 받으며 비긴 경우에는 두 팀이 1점씩을 받기로 규칙을 정하였다. 총 6경기가 모두 끝난 후 A팀이 6점, B팀이 4점, C팀이 3점을 받았을 때, D팀이 받은 점수는? [3점]

① 1점 ② 3점 ③ 4점
④ 5점 ⑤ 7점

23. 어떤 신도시에 A, B, C 세 백화점이 있다.

이 신도시에 사는 주부 100명을 대상으로 지난 일년 동안 이 백화점의 이용 실태를 조사하였더니 A, B, C백화점을 이용한 적이 있는 주부들이 각각 88명, 75명, 50명이었다.

<보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

<보기>

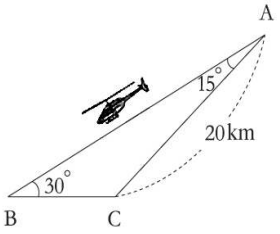
ㄱ. 세 백화점 A, B, C를 모두 이용한 적이 있는 주부들은 많아야 25명이다.

ㄴ. 세 백화점 A, B, C를 모두 이용한 적이 없는 주부들은 많아야 12명이다.

ㄷ. 적어도 13명의 주부들은 세 백화점 A, B, C를 모두 이용한 적이 있다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 오른쪽 그림과 같이 조난 구조용 헬리콥터가 기지 A를 출발하여 B지점에 있는 중상을 입은 등산객을 싣고, C지점에 있는 병원으로 가려고 한다. 세 지점 A, B, C에 대하여 $\angle ABC=30°$, $\angle BAC=15°$이고, 두 지점 A, C 사이의 거리가 20km일 때, 두 지점 B와 C 사이의 거리는? [3점]



① $(20-5\sqrt{2})$km ② $(10\sqrt{3}-10\sqrt{2})$km
③ $(10\sqrt{6}-10\sqrt{2})$km ④ $(10\sqrt{6}-10\sqrt{3})$km
⑤ $(20\sqrt{3}-10\sqrt{2})$km

주관식(25 ~ 30)

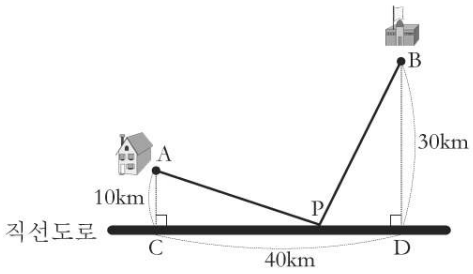
25. 이차방정식 $x^2-3x-3=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $(\alpha^2-2\alpha)(\beta^2-2\beta)$ 의 값을 구하시오. [2점]

26. $f(3)=5$를 만족하는 무리함수 $f(x)=\sqrt{ax+b}$의 역함수를 $g(x)$라 한다. $g(3)=5$가 되도록 하는 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값을 구하시오. [2점]

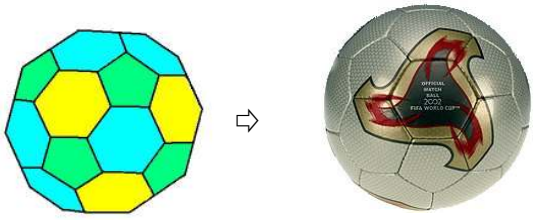
27. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=3^x+3^{-x}$ 에 대하여 $f(a)=6$ 일 때, $f(-2a)$ 의 값을 구하시오. [3점]

28. 그림과 같이 직선도로에서 각각 10km, 30km 떨어진 두 마을 A, B가 있다. 서로 40km 떨어진 두 지점 C, D 사이의 한 지점 P에서 두 마을을 연결하는 직선도로를 만들었더니, 새로 만들어진 도로의 길이의 합이 60km이었다. 이 때, A마을에서 P지점까지의 거리 $\overline{AP}$는 몇 km인지 구하시오.

(단, 도로 폭은 무시하고, 두 지점 C, D는 각각 A마을과 B마을에서 도로에 이르는 최단 거리의 지점이다.) [3점]



29. 2002년 한일월드컵 공인구인 피버노바는 아래 그림과 같이 각 변의 길이가 같은 정오각형 12개와 정육각형 20개를 붙여 만든 다면체를 변형한 것이다. 이 다면체의 모서리의 개수를 구하시오. [3점]



[다면체] [피버노바]

30. 소리의 강도가 P(단위: W/m^2)일 때, 소리의 크기 D(단위 : dB)는 기준 음의 강도 I 와 비교하여

$$D=10\log_{10}\frac{P}{I}$$ 로 나타낸다.

A지역의 소리의 강도가 B지역의 소리의 강도의 5000배일 때, A지역과 B지역의 소리의 크기의 차이는 몇 dB인지 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오.

(단, $\log_{10}2=0.301$로 계산한다.) [3점]