<14주> 081209.

[3] 관내 파장. λ_g → 관.
(in wave guide)

: wave guide 내에서는 z 방향으로 진행하는 전체의 위상차 = 2π 에 해당되는 파장. (거리)

(by 5-48) $\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2}$

(where, $\beta = 2\pi/\lambda_g$ " $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $k_c = \frac{2\pi}{\lambda_c}$ ")

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda_g}\right)^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda_c}\right)^2$$

$\div 2\pi$

$$\left(\frac{1}{\lambda_g}\right)^2 = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{1}{\lambda_c}\right)^2$$

$$\therefore \lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}}$$

propagation 하기 위해선 ($\lambda < \lambda_c \Rightarrow \lambda_g > \lambda$)

λ_g → 사용 파장보다 더 길어야.

5-20. 21) TE mode.   5-39. 40) TM mode.

[4] 기본 mode.

: propagation 이 가능한 mode 중 가장 낮은 f_c 를 갖는 모드.

||

propagation이 가능한 mode 中 가장 긴 λ_c 를 갖는 모드.

나머지 모드 → 고차 mode (higher mode)

(5-46) $$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

↳ TE_{mn}, TM_{mn} ($m, n = 0, 1, 2, \ldots$)

where, m, n → 小 → f_c

1) $m = n = 0$ TE_{00} : 존재 X

$TM_{00} \rightarrow E_z = 0 \rightsquigarrow$ TEM mode.

2) $m = 1$, $n = 0$

- TE_{10} :
$$\begin{cases} f_c = \left(1 / 2\pi\sqrt{\varepsilon\mu} \right) \cdot \dfrac{\pi}{a} = c/2a \\ \lambda_c = c/f_c = 2a \end{cases}$$

- TM_{10} : $\rightarrow E_z = 0$ (TEM mode)

3) $m = 0$ $n = 1$

- TE_{01}
$$\begin{cases} f_c = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \cdot \dfrac{\pi}{b} = c/2b \\ \lambda_c = 2b \end{cases}$$

$$\begin{cases} L = \mu \\ C = \varepsilon \end{cases}$$

- $TM_{01} \rightarrow E_z = 0 \Rightarrow$ TEM mode (존재 X)

실제 도파관

↳ $a \fallingdotseq 2b$

$$\left\langle \lambda_{c10} = 2a \quad , \quad \lambda_{c01} = 2b \right\rangle$$

$\therefore$ TE_{10} mode : Dominant mode

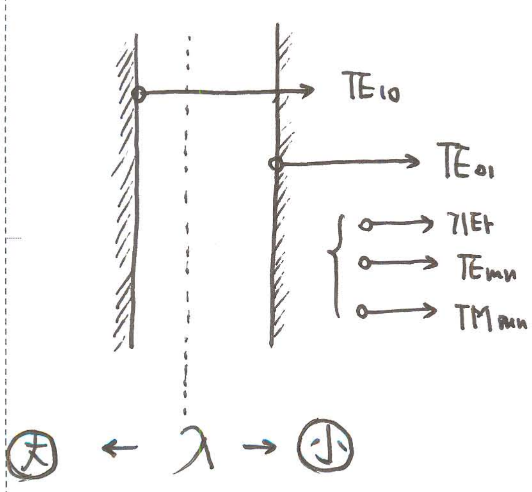
(기저 기본 mode)

4, $m=1 \quad n=1$

$$TM_{11} \rightarrow f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2}$$

$$= TM_{11}$$

※ 교재. 157p. 그림 5-8



∴ Dominant mode 만 전송.

$2b < \lambda_g < 2a$

(관내파장)

High mode cut off

→ 보통 TE_{10} mode 을 사용.

Single mode.

* TE_{10} mode in Rectangular Waveguide. "P154."

* 기말 힌트

↓

6문제 출제 solve.

ex. $\left.\begin{array}{l}\lambda_c \\ \lambda_g \\ f_c \\ v_p\end{array}\right\}$ 계산

※ Report 는

개별적으로 찾아가세요.

081209

* TE_{10} mode in Rectangular waveguide.

구형도파관 ← TE_{10} mode 만.

- 나머지 mode는 cut off.
- Single mode.

1) 전자계 분포.

$TE_{10} \Rightarrow m=1, \; n=0$

$$\begin{cases} k_x = m\pi/a = \pi/a \\ k_y = n\pi/b = 0 \end{cases}$$

$$k_c = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

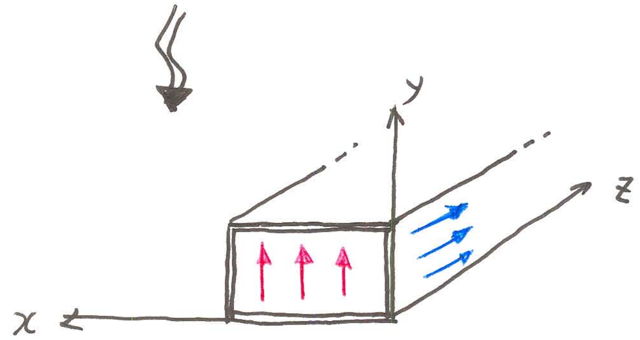
$$= m\pi/a = k_x$$

(by 5-20, 21)

$$\begin{cases} H_z(x,y,z) = H_{10} \cos\frac{\pi}{a} \cdot \cos 0 \cdot e^{-j\beta_{10} z} \\ E_y = \dfrac{-j\omega\mu a}{\pi} H_{10} \sin\dfrac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \\ H_x = \dfrac{j\beta a}{\pi} H_{10} \sin\dfrac{\pi x}{a} e^{-j\beta z} \end{cases}$$

$$E_x = E_z = H_y = 0$$

$$\begin{cases} \cdot\ \text{전계} = E_y \\ \cdot\ \text{자계} = H_x\ .\ H_z \quad (x.z\ \text{평면}) \end{cases}$$



$$(5\text{-}28) \quad Z_{TE} = {j\omega\mu}/{\gamma} = \frac{\omega\mu}{\beta_{10}}$$

$H_{10} \rightarrow E_{10}$ 로 표현하면,

$$E_y = \frac{-j\omega\mu a}{\pi} H_{10} \sin\frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z}$$

$$= \frac{\omega\mu}{\beta_{10}} \cdot (-j\beta_{10}) \cdot \frac{a}{\pi} \cdot H_{10} \cdot \sin\frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z}$$

$$= Z_{TE} (-j\beta_z) \cdot \frac{a}{\pi} \cdot H_{10} \cdot \sin\frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z}$$

$$= E_{10} \cdot \sin\frac{\pi x}{a} e^{-j\beta z}$$

where, $Z_{TE} (-j\beta_{10}) \cdot \frac{a}{\pi} \cdot H_{10} = E_{10}$

$$H_x = \frac{j\beta a}{\pi} \cdot H_{10} \cdot \sin\frac{\pi x}{a} \, e^{-j\beta z}$$

$$= \frac{E_{10}}{Z_{TE}} \cdot \sin\frac{\pi x}{a} \cdot e^{-j\beta z}$$

$$= \frac{E_{10}}{\frac{\omega\mu}{\beta_{10}}} \cdot \sin\frac{\pi x}{a} \cdot e^{-j\beta z}$$

$$= \frac{\beta_{10}}{\omega\mu} \cdot E_{10} \cdot \sin\frac{\pi x}{a} \, e^{-j\beta z}$$

$$H_z = H_{10} \sin\frac{\pi x}{a} \, e^{-j\beta z}$$

(by ħ -28')

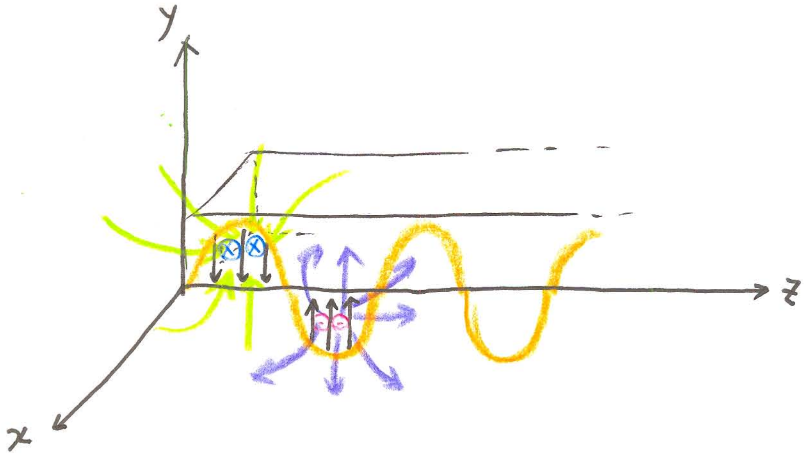
$$Z_{TE} \cdot (-j\beta_{10}) \frac{a}{\pi} \cdot H_{10} = E_{10}$$

$$H_{10} = E_{10} / Z_{TE} \, (-j\beta_{10}) \frac{a}{\pi}$$

where $Z_{TE} = \omega\mu / \beta_{10}$

$$\therefore \; H_{10} = \frac{\pi}{j\omega\mu a} \cdot E_{10}$$

$$\therefore \; H_z = \frac{\pi}{j\omega\mu a} \cdot E_{10} \cdot \sin\frac{\pi x}{a} \, e^{-j\beta z}$$



154p 그림 참고.

$$\cdot\ V_p = f\lambda_g \qquad (※\ \lambda_g > \lambda)$$

$$\cdot\ \beta_{10} = \sqrt{k^2 - k_c^2}$$

위상정수

$$= \sqrt{\omega^2 \varepsilon\mu - (\pi/a)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - (\pi/a)^2}$$

$$\cdot\ f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}} \cdot \frac{\pi}{a} = c/2a$$

$$\cdot\ \lambda_c = c/f_c = 2\pi/k_c = 2\pi/\frac{\pi}{a} = 2a$$

$$\lambda_g = \lambda/\sqrt{1-(\lambda/\lambda_c)^2}$$

$$= \frac{\lambda}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}$$

ex1. 주파수가 10 GHz 인 전자파가 도파관에서 관내파장이

5 cm 이었다. 이 전파의 위상 속도는?

$$\therefore V_p = f \cdot \lambda_g$$

$$= 10 \times 10^9 \, Hz \times 5 \times 10^{-2} \, m$$

$$= 5 \times 10^8 \, m/s$$ (→ 가상적인 속도)

ex2. 구형 도파관을 Propagation 하는 $f = 10$ GHz 인

TE_{10} wave 의 위상속도는?

단, 구형 도파관의 크기는 0.4 × 0.9 inch 이다

$1 \text{ inch} = 2.54 \text{ cm}$

$= 2.54 \times 10^{-2} \text{ m}$

$$V_p = 10 \times 10^9 \, Hz \cdot \lambda_g$$

※ $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{10 \, GHz}$

$= 0.03$ m

$$\lambda_g = \lambda \Big/ \sqrt{1 - (\lambda / \lambda_c)^2}$$

→ 빛 속도의 파장

$$\lambda_c = c / f_c = 2a$$

(a > b 이므로

↓ 0.9 inch ↳ 0.4

여기서는 $\lambda_c = 4.572 \times 10^{-2}$ m

5 장 도파관과 동축선로

T

문제 1) 주파수가 10GHz인 전자파가 도파관내에서 관내파장이 5[cm]이었다. 이 전자파의 위상속도를 구하라.

answer: $v_p = 5\times 10^8\,[\mathrm{m/s}]$

문제 2) 구형도파관내를 propagation하는 $f = 10\,\mathrm{GHz}$ 인 TE_{10} wave의 위상속도 v_p를 구하라(단 도파관의 크기는 $0.4\times 0.9\,[\mathrm{inch}]$ 이다.)

answer: $v_p = 3.97\times 10^8\,[\mathrm{m/s}]$

문제 3) TE_{10} mode의 차단주파수 f_c가 $3\,[\mathrm{GHz}]$일 때 구형도파관의 a(긴변) 길이는?

answer: $a = 5\,[\mathrm{cm}]$

문제 4) 단면이 $0.9\times 0.4\,[\mathrm{inch}]$인 구형도파관에서 TE_{10} mode에 대한 cut-off frequency f_c를 구하라. 단 도파관 내부는 공기이다.

answer: $f_c \fallingdotseq 6.56\times 10^9\,[\mathrm{Hz}] = 6.56\,[\mathrm{GHz}]$

문제 5) $a = 1.5\,[\mathrm{cm}]$인 구형도파관에 TE_{10} mode를 여기하고, 도파관내에서 전계의 최소점 사이의 거리를 측정하여 보니 $2\,[\mathrm{cm}]$이었다. 이 전자파 TE_{10} mode의 주파수를 구하라
(단 도파관 밖에서의 주파수이고, 도파관 내부는 공기이다.)

힌트) 식 (5-49)을 이용

answer: $f = 12.5\times 10^9\,[\mathrm{Hz}] = 12.5\,[\mathrm{GHz}]$

문제 6) $f = 10\,\mathrm{GHz}$ 인 TE_{30} mode를 전송시키기 위해서는 구형도파관의 길이 a는 최소한 얼마이상이어야 하는가?

answer: $a = 4.5\,[\mathrm{cm}]$

(5) 전력전송

- TE_{01} mode : 전력전송

by poynting vector $\mathrm{P} = \mathrm{E} \times \mathrm{H}$

$$P = \frac{1}{2} \Re e \left[\int_s \mathrm{E} \times \mathrm{H}^* \cdot \bar{\mathrm{z}} \;\; dx\, dy \right] \qquad (5\text{-}11)$$

식 (5-28)을 대입

$$P = \frac{1}{2} \Re e \left[\int_0^a \int_0^b (E_y \,\bar{\mathrm{y}} \times H_x^* \,\bar{\mathrm{x}}) \cdot \bar{\mathrm{z}} \;\; dx\, dy \right]$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left(\frac{-\omega \mu a}{\pi} H_{10} \sin \frac{\pi x}{a} \right) \left(\frac{\beta a}{\pi} H_{10} \sin \frac{\pi x}{a} \right) (-\bar{\mathrm{z}}) \cdot \bar{\mathrm{z}}\, dx\, dy$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \frac{\omega \mu \beta a^2}{\pi^2} |H_{10}|^2 \sin^2 \frac{\pi x}{a} \, dx\, dy$$

$$= \frac{\omega \mu \beta a^2}{2 \pi^2} |H_{10}|^2 \int_0^a \int_0^b \sin^2 \frac{\pi x}{a} \, dx$$

$$= \frac{\omega \mu \beta a^2}{2 \pi^2} |H_{10}|^2 \frac{ab}{2} \qquad (5\text{-}31)$$

$$= \frac{\omega \mu \beta a^3 b}{4 \pi^2} |H_{10}|^2$$

$\rightarrow H_{10}$ 를 기준으로 한 계산 것

(6) 전력손실

(a) 유전체에 의한 손실

도파관 = 완전도체

매질 = 유전체 - 완전도체, 유전체 Loss

실효유전율 = ϵ 이라 하면

유전체 복소 유전율 $\epsilon_c = \epsilon \left(1 + \frac{\sigma}{j \omega \epsilon} \right)$ 이므로

전파상수 $\gamma^2 = \omega^2 \mu \epsilon_c$ 가 됨

즉, $\gamma = \alpha_d + j \beta_{10} = \sqrt{k_c^2 - k^2}$

$$= \sqrt{\omega_c^2 \mu \epsilon_c - \omega^2 \mu \epsilon_c} = \sqrt{\omega_c^2 \mu \left(1 + \frac{\sigma}{j \omega \epsilon} \right) - \omega^2 \mu \left(1 + \frac{\sigma}{j \omega \epsilon} \right)}$$

$$= \sqrt{\mu \epsilon (\omega_c^2 - \omega^2)} \sqrt{1 + \frac{\sigma}{j \omega \epsilon}}$$

실제에서 $\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \ll 1$ 이므로

where, $\left(1+\dfrac{\sigma}{2j\omega\epsilon}\right)^2 = 1+\dfrac{\sigma}{j\omega\epsilon}+\left(\dfrac{\sigma}{j\omega\epsilon}\right)^2 \fallingdotseq 1+\dfrac{\sigma}{j\omega\epsilon}$

$$\sqrt{1+\frac{\sigma}{j\omega\epsilon}} = \sqrt{\left(1+\frac{\sigma}{2j\omega\epsilon}\right)^2} = 1+\frac{\sigma}{2j\omega\epsilon}$$

$$\therefore\ \gamma \fallingdotseq \sqrt{\mu\epsilon(\omega_c^2-\omega^2)}\left(1+\frac{\sigma}{2j\omega\epsilon}\right)$$
$$= \sqrt{\mu\epsilon(\omega_c^2-\omega^2)}\left(j+\frac{\sigma}{2\omega\epsilon}\right)$$

where, $\beta^2 = k^2 - k_c^2 = \omega^2\mu\epsilon - \omega_c^2\mu\epsilon$

$\therefore\ \beta_{10} = \sqrt{\mu\epsilon(\omega^2-\omega_c^2)}$ 이므로

$$\therefore\ \gamma = j\,\beta_{10} + \frac{\sigma\beta_{10}}{2\omega\epsilon}$$

즉, 유전체 손실에 의한 감쇠(attenuation) α_d

$$\therefore\ \alpha_d = \frac{\sigma\beta_{10}}{2\omega\epsilon} = \frac{\sigma}{2\omega\epsilon}\sqrt{\omega^2\mu\epsilon-\left(\frac{\pi}{a}\right)^2}$$

(b) 도파관 벽에 의한 손실

→ 주된 손실(by 표면전류)

지금 $z=0$인 점에서 전력 전송 $= P_0$, 감쇠정수 $= \alpha$라면

$z=z$점에서 전송전력 $P_{10} = P_0 e^{-2\alpha z}$ (크기만 고찰)

$$\therefore\ \frac{dP_{10}}{dz} = \frac{dP_0 e^{-2\alpha z}}{dz} = -2\alpha P_0 e^{-2\alpha z} = -2\alpha P_{10}$$

$$\therefore\ \alpha = -\frac{1}{P_{10}}\frac{dP_{10}}{dz} = \frac{P_L}{2P_{10}}$$

where, P_L : 단위길이당 전력 손실=($\mathrm{J}=\bar{\mathrm{n}}\times\mathrm{H}$)에서 구함

$R_s = \dfrac{1}{\sigma\delta}$ = 표면저항율이면 $\delta = \sqrt{\dfrac{2}{\omega\mu\sigma}} = \dfrac{1}{\sqrt{\pi f\mu\sigma}}$

by (2-39) : $P_L = \dfrac{1}{2}R_s|\mathrm{J}_s|^2$에 의해서

$$P_L = \frac{R_s}{2}|\mathrm{J}_s|^2 = \frac{R_s}{2}|\mathrm{H}_s|^2$$
$$= \frac{R_s}{2}(|H_x|^2+|H_z|^2)$$

where, $H_z = H_{10} \cos \dfrac{\pi x}{a} \, e^{-j\beta z}$ (5-28)

$$H_x = \frac{j\beta a}{\pi} H_{10} \sin \frac{\pi x}{a} \, e^{-j\beta z}$$

$$k_c = \frac{\pi}{a}$$

$$P_L = \frac{R_s}{2} |\mathrm{J}_s|^2 = \frac{R_s}{2} |\mathrm{H}_s|^2$$

$$= \frac{R_s |H_{10}|^2}{2} \left(\underbrace{2}_{\text{관벽} = 2} \int_0^b dy + 2 \int_0^a \underbrace{\frac{\beta_{10}^2}{k_c^2} \sin^2 \frac{\pi x}{a}}_{H_z} dx + 2 \int_0^a \underbrace{\cos^2 \frac{\pi x}{a}}_{H_x} dx \right)$$

$$\therefore \quad P_L = R_s |H_{10}|^2 \left[b + \frac{a}{2} \left(\frac{\beta_{10}^2}{k_c^2} \right) + \frac{a}{2} \right] \qquad (5\text{-}34)$$

where, P_{10}(전력전송) = 식(5−31)

$$= \frac{1}{2} \frac{\beta_{10}}{\omega\mu} ab |E_{10}|^2$$

$$= \frac{\beta_{10} \omega \mu a^3 b}{4\pi^2} |H_{10}|^2 \text{ 이므로}$$

감쇠정수

$$\therefore \quad \alpha = \frac{P_L}{2P_{10}} = \frac{R_s |H_{10}|^2 \left[b + \frac{a}{2} \left(\frac{\beta_{10}^2}{k_c^2} \right) + \frac{a}{2} \right]}{2 \frac{1}{2} \frac{\beta_{10}}{\omega\mu} ab |E_{10}|^2}$$

$$= \frac{R_s |H_{10}|^2 \left[b + \frac{a}{2} \left(\frac{\beta_{10}^2}{k_c^2} \right) + \frac{a}{2} \right]}{2 \cdot \frac{1}{2} \frac{\beta_{10} \omega \mu a^3 b}{\pi^2} |H_{10}|^2}$$

$$= \frac{R_s \pi^2}{\beta_{10} \omega \mu a^3} \left[b + \frac{a}{2} \left(\frac{\beta_{10}^2}{k_c^2} \right) + \frac{a}{2} \right]$$

where, $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$

$$k_c = \frac{\pi}{a}$$

$$\beta_{10} = k^2 - k_c^2 = \omega^2 \mu \epsilon - \frac{\pi}{a}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

$$\therefore \quad \alpha = \frac{R_s}{a\,b\,\beta_{10}\,k\,\eta}\left[2b\,k_c^2 + a\,k^2\right]$$

where, $\beta_{10}\ \sqrt{k^2 - k_c^2}$

$\rightarrow \quad \omega = \omega_c$ 인 경우 : $\beta_{10} = 0$

$\therefore \quad \alpha \quad \rightarrow \quad \infty$

$f \quad \rightarrow$ 증가 : $\alpha \quad \rightarrow$ 최소치

$f \quad \rightarrow$ 증증가 : $\alpha \quad \rightarrow$ 大

$\omega \gg \omega_c \quad \therefore \alpha$는 $\sqrt{f}$ 에 비례 증가

* 153p 표 5-1 * (cf. 비교 169p 표 5-4)

※ 기말시험 공지.

* Report 에서 2문제 출제

+ 5.7(그림) 154p. 전자계 Field 그리기.