

제 2 교시

수리 영역

예·채능계

성명

수험번호

3

1

- 먼저 수험생이 선택한 계열의 문제인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험번호, 응시계열, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 주관식 답의 숫자에 0이 포함된 경우, 0을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점 또는 3점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② 4 ③ $4\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ 8

2. 이차방정식 $x^2+x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,
 $\frac{-(\alpha^2+1)(\beta^2+1)}{\alpha+\beta}$ 의 값은? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

3. $\log_2 \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \log_2 9$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

4. $\sin\left(\pi \cos \frac{\pi}{3}\right)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ -1

5. <보기>의 조건 중 $|x|=1$ 이기 위한 필요조건이지만 충분조건은 아닌 것을 모두 고르면? [2점]

< 보 기 >

㉠. $x \leq 1$

㉡. $x \geq -1$

㉢. $x^2 = 1$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢

2 수리 영역

예·체능계

6. 다음 표는 가로줄의 다항식 $P(x)$ 와 세로줄의 다항식 $Q(x)$ 를 곱한 것을 가로줄과 세로줄이 만나는 칸에 각각 나타낸 것이다.

$Q(x) \backslash P(x)$	$x-3$	A
$x+1$	x^2-2x-3	x^2+2x+1
B	C	x^2+3x+2

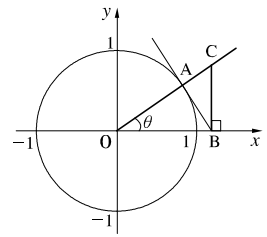
이때 빈칸 C 에 들어갈 다항식은? [2점]

- ① x^2-x-2 ② x^2-x-6 ③ x^2+2x+3
 ④ x^2+4x+3 ⑤ x^2-5x+6

7. 이차함수 $f(x) = (x-a)^2 + b$ 와 일차함수 $g(x) = 2x-1$ 의 합성함수 $y = f(g(x))$ 의 그래프에서 꼭지점의 좌표가 $(3, 4)$ 이다. 이때 두 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 8 ③ 9 ④ 11 ⑤ 12

8. 그림과 같이 중심이 원점 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 제 1사분면에 점 A 가 있다. 점 A 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 B 라 하고, 점 B 를 지나고 x 축과 수직인 직선이 선분 OA 의 연장선과 만나는 점을 C 라 한다. $\angle AOB = \theta$ 라 할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [2점]



- < 보 기 >
 ㄱ. $\overline{AB} = \frac{1}{\sin \theta}$ ㄴ. $\overline{OB} = \frac{1}{\cos \theta}$
 ㄷ. $\overline{AC} = \tan^2 \theta$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 $\{1, 2\} \subset B \subset A$ 를 만족하는 집합 B 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

10. 두 집합

$$A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = r^2, r = 1, 2, 3\}$$

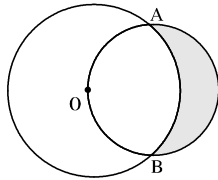
$$B = \{(x, y) | x + y = k, k \text{는 상수}\}$$

에 대하여 $n(A \cap B)$ 의 값이 홀수가 되도록 k 의 값을 정할 때, 다음 중 k 의 값이 될 수 있는 것은? (단, x, y 는 실수이다.) [3점]

- ① 1 ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{5}+1$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

11. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 작은 원이 큰 원의 중심 O를 지나며, 큰 원과 두 점 A, B에서 만난다.

$\angle AOB = 90^\circ$ 일 때, 어두운 부분의 넓이는? [3점]



- ① 4 ② $2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}\pi$ ④ π ⑤ $\frac{\pi}{2}$

12. 다음은 1보다 큰 자연수 n 에 대한 어떤 시행이다.

n 이 홀수이면 n 에 1을 더하고,
 n 이 짝수이면 n 을 2로 나눈다.

위 시행을 자연수 n 이 처음으로 1이 될 때까지 반복할 때, 시행한 횟수를 $f(n)$ 이라 하자.

예를 들면, $14 \rightarrow 7 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ 이므로 $f(14) = 5$ 이다. 이때 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]

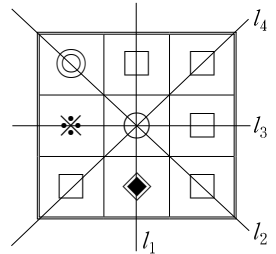
< 보 기 >

ㄱ. $f(9) = 7$ ㄴ. $f(n) = 5$ 를 성립시키는 n 의 최대값은 32이다.ㄷ. $f(n) = 9$ 를 성립시키는 n 의 최소값은 36이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

13. 그림과 같이 크기가 같은 9

개의 도형타일이 정사각형 모양으로 벽면에 붙어있다. 가로, 세로, 대각선 방향의 네 직선 l_1, l_2, l_3, l_4 에 대하여 각 도형타일의 위치를 대칭이동하되, 다음 규칙을 이용하여 재배치하고자 한다.



규칙 1: 네 직선 l_1, l_2, l_3, l_4 중 한 직선에 대하여 대칭시킨다.

규칙 2: 네 직선 l_1, l_2, l_3, l_4 중 임의의 두 직선에 대하여 연속하여 두 번 대칭이동시킨다.

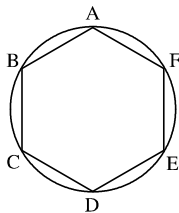
위의 규칙1 또는 규칙2를 적용하여 벽면을 꾸밀 때, 나타나는 서로 다른 모양은 모두 몇 가지인가? (단, 처음 모양을 포함하여 센다.) [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

14. 무리함수 $f(x)=\sqrt{ax}$ (a 는 상수)의 그래프와 원 $(x-3)^2+(y-3)^2=4$ 가 두 점에서 만날 때, 두 교점을 각각 A, B라 하고, 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프와 이 원이 만나는 두 점을 각각 C, D라 하자. 두 직선 AB, CD의 기울기를 각각 m_1, m_2 라 할 때, m_1, m_2 사이의 관계식은? [3점]

- ① $m_1 m_2 = -1$ ② $m_1 m_2 = \frac{1}{2}$ ③ $m_1 m_2 = 1$
 ④ $\frac{m_2}{m_1} = \sqrt{2}$ ⑤ $\frac{m_2}{m_1} = 2$

15. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 내접하는 정육각형 ABCDEF가 있다. 6개의 꼭지점 중에서 임의로 세 점 또는 네 점을 이어 삼각형 또는 사각형을 만들 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면? [3점]



< 보 기 >

- ㄱ. 삼각형의 둘레의 길이는 항상 무리수이다.
 ㄴ. 사각형의 둘레의 길이는 항상 무리수이다.
 ㄷ. 삼각형의 넓이는 항상 무리수이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

16. 다음은 주기함수 $f: R \rightarrow R$ (R 는 실수 전체의 집합)에 대하여 집합 $\{f(n) | n \text{은 자연수}\}$ 가 무한집합이면 함수 f 의 주기는 무리수임을 증명하는 과정이다.

(증명)

함수 $f(x)$ 의 주기 T 가 유리수라고 가정하면

$T = \frac{a}{b}$ (단 a, b 는 자연수)라 놓을 수 있다.

임의의 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+T)$ 이므로

$$f(x+T) = f(x+T+T) = f(x+2T),$$

$$f(x+2T) = f(x+2T+T) = f(x+3T),$$

⋮

$$f(x+(b-1)T) = f(x+bT)$$

$$\therefore f(x) = f(x+bT)$$

$$\therefore f(x) = f(x+a)$$

한편, 임의의 자연수 n 에 대하여

$n = aq + r$ (단, $r = 0, 1, 2, \dots, a-1$)라 하면

$$f(n) = f(aq+r) = \boxed{(가)}$$

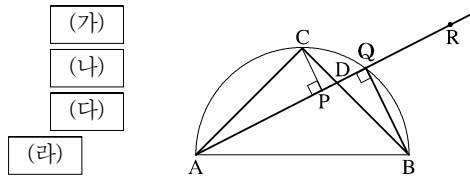
$$\therefore \{f(n) | n \text{은 자연수}\} = \boxed{(나)}$$

이것은 집합 $\{f(n) | n \text{은 자연수}\}$ 가 무한집합이라는 사실에 모순이므로, $f(x)$ 의 주기는 무리수이다.

위의 증명에서 (나)에 알맞은 것은? [3점]

- ① $\emptyset$
 ② $\{f(1), f(2), f(3), \dots, f(a)\}$
 ③ $\{f(1), f(2), f(3), \dots, f(b)\}$
 ④ $\{f(1), f(2), f(3), \dots, f(q)\}$
 ⑤ $\{f(1), f(2), f(3), \dots, f(q-1)\}$

17. 선분 AB를 지름으로 하는 반원에서 호 AB의 중점을 C라 하고, 선분 BC 위의 임의의 한 점을 D라 하자.
두 점 B, C에서 직선 AD에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 할 때, 다음은 $\overline{AP} = \overline{PQ} + \overline{QB}$ 임을 증명하는 과정이다.



<증명>

그림과 같이 직선 AD 위에 한 점 R를 $\overline{QB} = \overline{QR}$ 이 되도록 정하자.
사각형 ABQC는 원에 내접하므로

$$\angle CQB =$$

$$\angle CQR =$$

$$\therefore \triangle CQB \cong$$

$$\overline{CR} = \quad = \overline{CA}$$

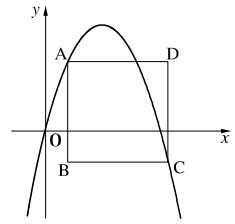
따라서 $\triangle CAR$ 는 이등변삼각형이다.

$$\overline{AP} = \quad = \overline{PQ} + \overline{QB}$$

위의 증명에서 (가)~(마)에 알맞은 것이 아닌 것은? [3점]

- ① (가): 135° ② (나): 135° ③ (다): $\triangle CQR$
④ (라): $\overline{CB}$ ⑤ (마): $\overline{DR}$

18. 그림과 같이 각 변이 x 축 또는 y 축에 평행한 정사각형 ABCD의 두 꼭지점 A, C가 곡선 $y = -x^2 + 2x$ 위에 있다.
 $A\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ 일 때, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는? [3점]



- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

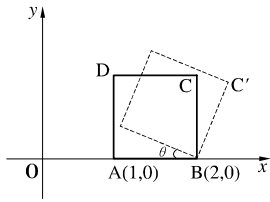
19. 일차함수 $f(x)$ 는 실수 x 에 대하여 다음을 만족한다.

$$xf(x) + f(1-x) = x^2 + 2$$

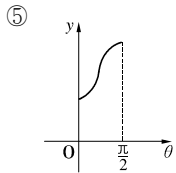
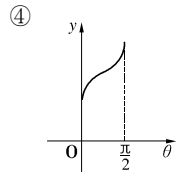
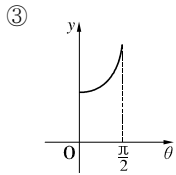
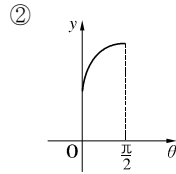
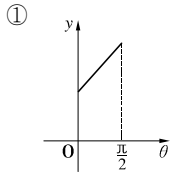
이때 $f(100)$ 의 값은? [3점]

- ① -101 ② -100 ③ 0 ④ 100 ⑤ 101

20. 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 $A(1,0)$, $B(2,0)$ 을 잇는 선분을 한 번으로 하는 정사각형 $ABCD$ 를 꼭지점 B 를 중심으로 시계방향으로 θ 만큼 회전시켰다.



이때 점 C 가 이동한 점을 C' 이라 하고, 선분 OC' 의 길이를 $f(\theta)$ 라 하자. 다음 중 함수 $y=\{f(\theta)\}^2$ 의 그래프의 개형으로 가장 적당한 것은? (단, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 이고, 점 O 는 원점이다.) [3점]



21. 좌표평면 위에서 원 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 8$ 과 곡선 $y = \frac{k}{x}$ 가 서로 다른 세 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

22. 20개의 성냥개비가 있다. A, B 두 사람이 교대로 한 번에 1개에서 5개까지의 성냥개비를 가져갈 수 있으며 마지막으로 성냥개비를 가져가는 사람이 이기는 놀이를 하였다. 이때 A 가 먼저 시작하여 A 가 반드시 이기기 위해서는 다음과 같이 하면 된다.

A 는 처음에 (가)개의 성냥개비를 가져가고, 그 다음 순번부터는 바로 직전에 B 가 가져간 성냥개비의 개수와 합하여 (나)가(이) 되는 개수만큼 성냥개비를 가져가면 된다.

위의 (가), (나)에 알맞은 값을 차례대로 나열하면? [3점]

- ① 1, 5 ② 2, 6 ③ 5, 5
④ 4, 6 ⑤ 5, 6

23. 어떤 컴퓨터 바이러스는 마우스를 한 번 클릭할 때마다 자신의 파일 크기를 2 배로 증가시키고, 하드디스크에 더 이상 여유 공간이 부족하여 파일의 크기를 2 배로 증가시킬 수 없으면 시스템을 다운시킨다고 한다.

파일의 크기가 1000 바이트인 이 바이러스 하나가 하드디스크의 빈 공간이 5 기가바이트인 어느 컴퓨터에 침입하였다. 이때 마우스를 몇 번 클릭하면 시스템이 다운되겠는가? (단, $\log_2 = 0.3010$, 1 기가바이트는 10^9 바이트로 계산한다.) [3점]

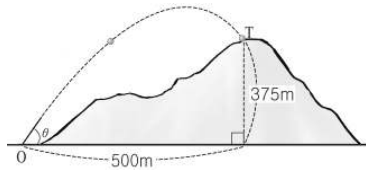
- ① 23 번 ② 25 번 ③ 33 번 ④ 35 번 ⑤ 43 번

24. 대포를 쏘아 상대편 대포를 맞추는 컴퓨터게임이 있다. 지면과 대포가 이루는 발사각의 크기를 θ , 포탄의 처음 속도를 v m/초라 하고, 발사 후 t 초 동안 포탄이 날아간 수평거리를 x m, 포탄의 높이를 y m라 하면

$$x = vt \cos \theta, \quad y = vt \sin \theta - 5t^2$$

이 성립한다고 한다.

그림과 같이 대포 O로부터 수평으로 500 m, 높이 375 m 만큼 떨어진 곳에 있는 대포 T를 맞추기 위해 포탄을



발사했더니 정확히 5 초 후에 명중하였다. 이 때의 처음 속도 v 와 발사각의 크기 θ 의 값을 각각 a m/초, b 라디안이라 할 때, ab 의 값은? (단, $0 < b < \frac{\pi}{2}$) [3점]

- ① $20\sqrt{2}\pi$ ② $20\sqrt{3}\pi$ ③ $25\sqrt{2}\pi$
④ $25\sqrt{3}\pi$ ⑤ $40\sqrt{2}\pi$

주관식(25 ~ 30)

25. 이차항의 계수가 1인 이차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) - 2$ 가 $x - 1$ 과 $x + 2$ 로 각각 나누어 떨어질 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [2점]

26. 사차방정식 $x^4 - 6x^2 + 25 = 0$ 은 네 허근 $\alpha, \overline{\alpha}, \beta, \overline{\beta}$ 를 갖는다. 이때 $\alpha\overline{\alpha} + \beta\overline{\beta}$ 의 값을 구하시오. (단, $\overline{z}$ 는 z 의 켈레복소수) [2점]

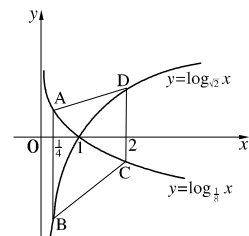
27. 이진법의 수로 표시했을 때 n 자리수가 되는 자연수의 개수를 $f(n)$ 이라 정의한다.

이때 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4)$ 의 값을 구하시오. [3점]

28. 세 변의 길이가 모두 자연수인 삼각형 중에서 한 변의 길이가 20 이고 둘레의 길이가 60 인 삼각형의 개수를 구하시오. (단, 서로 합동인 삼각형은 한 개로 센다.) [3점]

29. $3n^2 + 2n - 1$ 이 3의 배수가 되는 두 자리 자연수 n 의 개수를 구하시오. [3점]

30. 그림과 같이 두 곡선 $y = \log_{\frac{1}{8}} x$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 와 두 직선 $x = \frac{1}{4}$, $x = 2$ 의 교점을 각각 A, B와 C, D라 하자.



사다리꼴 ABCD의 넓이를 S 라 할 때, $10S$ 의 값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. [3점]

※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.