

AHP Manual

<http://yjhyjh.egloos.com>
by 딸기우유



AHP Manual

<http://yjhyjh.egloos.com>

2006-05 ~ 2006-08

by 딸기우유

Contents

AHP Analytic Hierarchy Process	1
엑셀MS Excel을 이용한 AHP 활용	6
AHP 수행시 다수의 의견을 합산하는 법	11



egloos.com

The best space for blogger...www.egloos.com



AHP (Analytic Hierarchy Process)

2006-05-19 17:43:38

AHP (Analytic Hierarchy Process)는 가중치를 산정할 때 더없이 좋은 도구(tool)이다.

난 이 기법이 전문가의 사결정에 빠질 수 없는 것이라고 생각한다. 과학적/수학적 근거가 튼튼하여 보고를 해도 자신감을 실어준다.

AHP는 두뇌가 단계적 또는 위계적 분석과정을 활용한다는 사실에 착안하여 Thomas L. Saaty 교수가 고안한 계산모델이다. 이것은 의사결정의 전 과정을 다단계로 나눈 후 이를 단계별로 분석 해결함으로써 최종적인 의사결정에 이르는 방법으로, 굳이 한글로 번역하여, '계층 분석 과정'이라고 불리기도 한다.

웹서핑하면 제법 많은 AHP 관련내용이 쏟아진다. 하지만, 정작 그걸 보고 적용할 수 있을까하면 아닌 것 같다.

이미 몇번 실전에서 써본 나도, 리마인드를 좀 하려고 들여다보면 별 쓸데없는 소리만 있고 실제 사용을 위한 중요한 정보는 보기 힘들다.

AHP는 행렬을 이용한 가중치 산정법이라고도 볼 수 있다.

그 절차를 예를 들어서 4개의 스텝으로 설명해보려 한다.

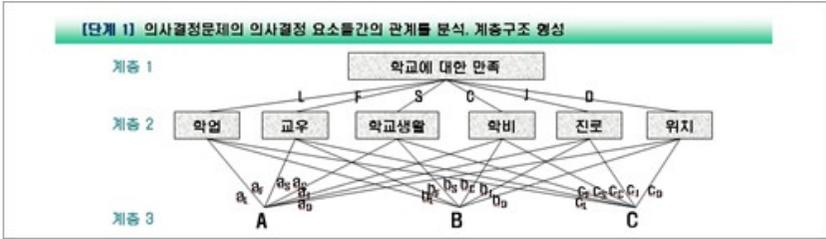
나는 현재 3개의 학교(A, B, C)를 놓고 어느학교로 진학할지 고민하고 있다... 재밌는 것은 의외로 많은 사람이 그렇듯이 본인이 정말 뭘 원하는지 정확하게 모르는 상태라는 것이다.

뭔가 하나를 꼭 짚어서 결정해야 하는데, 이걸보면 이게 좋고 저걸 보면 저게 좋은 이순간! 나의 뇌는 생각을 조각내어 Bottom up 방식으로 접근하게 된다.

그걸 쪽 적어보니 학업, 교육, 학교생활, 학비, 진로, 위치 라는 요소들이 나의 학교에 대한 만족도를 결정짓는 요소(Factor)인 것 같다. 3개의 학교에 대해 6개의 요소를 고려해야 하는 상황이다. 경우의 수는 18가지가 된다.

이 상황을 정리해보면 Figure 1.과 같다.

< Figure 1 >



오오... 한 학교에 대해서 6개씩 묶어서 세번이나 생각하러니 머리가 뻐개질 것 같다. 게다가 상호 비교도 잘 안되는 것 같구, 자꾸 헛갈리기 까지 하다. 사실 이것은 당연한 현상인데, 그것은 보통의 인간의 뇌는 순간적으로 7~8개의 숫자만을 기억할 수 있기 때문이다. 이게 이름하여 매직넘버 세븐(Magic No. 7) 이른다. 전화번호가 7~8자리인 것도 이런 이론에 기초하고 있다는 사실도 덤으로 알아두는 센스!

얕든 난 보통사람이라 한번에 7개 기억해서 비교하는 것이 힘든데, 내 앞에는 무려 18개의 경우의 수가 서로 비교해 달라고 하고 있다.

어찌어찌 해서 할 수는 있겠지만, 그 정확성은 보장 못하겠다.

하지만, Factor 두 개를 상호 비교하는건 쉽다. 이게 이름하여 쌍대비교이며, AHP의 방식이다.

학업에 대해서 3개 학교를 쌍대비교 해보자. 학업적 측면에서 'A가 B보다 좋은가?', 'A가 C보다 좋은가?', 'B가 C보다 좋은가?'의 세가지 쌍대비교가 존재한다. 이 각각에 대한 답을 내는건 어렵지 않다.

이런식으로 6개 Factor에 대해 모두 수행하면, 어느덧 모든 Factor와 학교를 다 다루게 된다. 훨씬 쉽다.

A와 B를 쌍대비교하게 되면, 자연스럽게 B와 A도 비교결과는 나와버린다. A가 B를 2배만큼 좋아하면 B는 A보다 1/2만큼만 좋은 것이다. 즉, 역수를 취하면 된다. 이런 원리로, 쌍대비교 결과는 행렬로 정리된다. 그 내용을 정리하면 Figure 2.와 같다.

< Figure 2 >



3 by 3 쌍대비교 행렬에서는 자기기리의 비교는 당연히 1이 되고, 반대방향 비교는 역수가 되므로, 실제로는 3번의 비교만 수행하면 9칸이 모두 채워진다. 여기에 상위에서 6개 Factor간에도 쌍대비교를 실시한다. 예를 들면, 나에게 있어 학비와 위치 중 어떤 요소가 더 중요한지를 알아볼 필요가 있는 것이다. 이것도 총 30개의 행렬 cell을 채워야 하지만, 실제로 비교는 15회만 하게 된다.

쌍대비교 행렬은 자체적으로 행렬 곱을 연산해서, 상호 중요도를 수학적으로 도출할 수 있는 매력을 가진 행렬이다.

계산법은 Figure 3.에서 나타낸 바와 같이 (1) 두 행렬을 곱하여, (2) 행간을 더한 행렬을 구한 다음, (3) 전체 합에서 각 행의 비율을 산정하는 것이다.

< Figure 3 >

[단계 3] 쌍대 비교행렬로부터 각 계층내의 의사결정요소의 상대적 중요도 계산

● 행렬 곱 : $(AB)_{ij} = \sum_K A_{ik} B_{kj}$

● '쌍대비교 행렬 곱 수행 결과' 행렬의 각 열의 합 → 상대적 중요도 (중요도의 합은 1)

$$\begin{pmatrix} 1 & 1/3 & 1/2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1/3 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 1/3 & 1/2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1/3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5/6 & 2 \\ 12 & 3 & 15/2 \\ 5 & 4/3 & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 35/6 \\ 135/6 \\ 56/6 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} (35/6) / (226/6) = (35/226) = 0.15 = a_1 \\ (135/6) / (226/6) = (135/226) = 0.60 = b_1 \\ (56/6) / (226/6) = (56/226) = 0.25 = c_1 \end{pmatrix}$$

$\frac{226}{6}$ $\frac{1.00$

결과 값으로는 0에서 1사이의 숫자가 나오는데, 이것은 전체 합이 1이 되는 상대적 가중치가 된다.

Figure 3.의 예에서 Factor 1의 중요도는 0.15, Factor 2의 중요도는 0.60, Factor 3의 중요도는 0.25이다. Factor 2가 가장 중요하고, Factor 3 다음에 Factor 1 순서로 중요하다는 의미이다. 뿐만 아니라 Factor 2는 Factor 1보다 4배 더 중요하다는 논리비교도 가능하게 해주는 매우 유용한 가중치이다. 몽땅 더하면 1이 되니 모든 Factor를 공평하게 비교했다는 반증도 된다.

그냥 통밥으로 Factor 1, 2, 3의 중요도를 고민해서 만든 결과와 그 객관성에서 수준차이가 날 것이다.

다시, 예제로 돌아가보자. 이제 우리가 만들었던 총 7개의 쌍대비교행렬을 모조리 Figure 3.의 로직을 이용해서 각 Factor간 가중치를 산정해내자.

그리고, 각 학교에 대한 6개의 Factor의 가중치 합을 구해본다. 계산식은 Figure 4.와 같다.

< Figure 4 >

[단계 4] 각 계층별로 얻어진 요소들의 중요도를 결합하여 대안들 사이의 중요도 계산

대안 A의 중요도 = $a_1L + a_1F + a_1S + a_1C + a_1J + a_1D$

대안 B의 중요도 = $b_1L + b_1F + b_1S + b_1C + b_1J + b_1D$

대안 C의 중요도 = $c_1L + c_1F + c_1S + c_1C + c_1J + c_1D$

최대값으로 의사결정

마지막으로, 당연히 중요도 값이 가장 높게 나오는 학교를 선택하면 된다.
중요도가 가장 높게 나오는 학교가 6개의 Factor 측면에서 다른 2개의 학교보다
종합적으로 최고의 만족도를 안겨줄 것이 객관적으로 증명된 것이기 때문이다.
매우 매력적이지 않은가?

다만, 이런 **time consuming** 작업들은 사람이 할 짓은 못된다.

그런 의미에서, 다음 포스트인 "[엑셀\(MS Excel\)을 이용한 AHP 활용](#)"에서는 엑셀을 사용하여 보다 쉽고 편리하게 AHP를 구사하는 방법을 설명하도록 하겠다.

또한, AHP를 수행하기 위해서는 다수의 전문가로부터 AHP 입력을 위한 설문 조사결과를 취합하여 이용해야 한다.

이를 어떻게 처리하는가에 대해서는 "[AHP 수행시 다수의 의견을 합산하는 법](#)"에서 설명해두었다.

P.S.

[AHP\(Analytic Hierarchy Process\) 기법 완전 정복 포스트\(http://yjhyjh.egloos.com/366791\)](http://yjhyjh.egloos.com/366791)
서 AHP Manual 파일을 다운로드 받으실 수 있습니다.



엑셀(MS Excel)을 이용한 AHP 활용

2006-05-19 18:37:47

이전 포스트(<http://yjhyjh.egloos.com/33462>)에 이어서, AHP (Analytic Hierarchy Process)에 대한 두번째 포스트를 시작하자.

AHP는 분명 강력하고 논리적인 도구이기는 하지만, 계산이 자동으로 되어야 효율적으로 사용될 수 있다.

가중치 산정해야 하는 요소가 5개 미만이라면 좀 고생스럽더라도 그냥 연필로 계산하면 될 것이다. 하지만, 10 by 10 쌍대행렬이 나온다면, 2중 3중으로 고려해야 하는 요소의 계층이 구성되어 있는 경우에도 연필로 종이에 계산을 하려고 하는 모습은 별로 현명해 보이지 않는다.

게다가, 연구기획 일을 하다보면 가중치 산정작업이 왕왕있다. 그러므로, 쓸만한 AHP 툴 하나 정도는 들고 있으면 정말 좋을 것이다.

내 블로그 전체에서 주장하듯이, 나중에 파워풀한 시스템을 사달라고 조르더라도 시작은 주어진 자원으로 해내야 한다. 결국 또 엑셀(MS Excel)이 가장 만만한 도구가 된다.

엑셀 VBA를 이용하여 약간의 프로그래밍을 하면 꽤 쓸만한 AHP 툴을 만들 수 있다.

여기서 잠깐!

물론 비주얼베이직까지 안쓰고 엑셀의 기본기능을 이용해서 행렬곱을 계산하고, 연산을 수행할 수도 있다.

하지만 행렬곱을 구하는 방법이 F2키 누르고 Shift+Ctrl+Enter누르고... 그다지 심플하지는 않을 뿐더러, 그 이후의 연산도 다시 일일이 해야 한다.

내가 원하는 것은 결과넣으면 내가 원하는 위치에 답이 탁탁 나오는 툴(tool)이었다.

그렇게 만든 엑셀파일은 Figure 1.과 같다.

< Figure 1 >

<사용법>

- 하얀색 부분에 비교결과를 입력한 후, 상단의 'AHP Calculating Start' 버튼을 눌러주면, 노란색으로 시된 결과란에 가중치(Weight)를 산정해 준다.
- 15 by 15 행렬까지 처리 가능하다. (더 큰 행렬은 아직 실전에서 써본적은 없지만, 필요하다면 코드만 약간 고치면 된다.)
- 비교값은 3점 척도를 사용하건, 7점 척도를 사용하건 얼마든지 적용할 수 있다.
- 우측 상단에는 'Consistency Index'도 산정해준다.

< Consistency Index >

'Consistency Index'는 비교수행자가 얼마만큼의 일관성을 가지고 결과를 적었는가를 보여주는 지표이다.

약자로 CI라고도 부른다.

예를 들어보자. 어떤 사람이 A는 B보다 중요하고, B는 C보다 중요하다고 말해 놓고, A는 C보다는 덜 중요하다라고 비교를 했다면, 그 사람은 일관성이 있다고 볼 수 없다. 그리고 그런 사람이 도출한 결론은 그만큼 신뢰성이 떨어진다.

이런 응답에 있어서의 논리적인 모순을 잡아내는 것이 'Consistency Index'이다.

응답자가 논리적으로 모순을 유발하게 되면 'Consistency Index'가 증가하게 된다.

그러므로, 'Consistency Index'가 지나치게 높게 나오면 응답자의 수준이나 자격을 의심해보아야 하며, 그 결과의 신뢰성이 그만큼 떨어진다고 염두에 두어야 한다.

응답자가 해당 Factor와 분야에 대한 전문성이 높을 수록, 'Consistency Index'는 낮게 나온다고 한다. 통상, CI가 0.1 이상이면 응답자의 답변을 신뢰할 수

없다고 본다.

Figure 2는 'Consistency Index'의 산정법이다.

< Figure 2 >

일치성 지수 (consistency index: CI)

- 일치성 여부를 판단

- $CI = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}$
 - $CI < 0.1$ 받아들임
 - $CR = CI/RI < 0.1$ 받아들임 (CR: 일치성 비율)
 - RI : 임의지수 (random index)
 - 행렬차수별로 100개씩 상반행렬을 임의로 발생시켜 차수 별로 CI 를 평균한 것

<Figure 1. 해석>

- 모든 값에 1이 들어가있다는 말은 모두 똑같이 선호한다는 의미가 된다.
- 그러므로 당연히 모든 Factor의 가중치는 0.167로 같게 결과가 도출 된다. (물론, 이 6개의 가중치의 합은 1이다.)
- 이 행렬에는 논리적인 모순이 전혀 없으므로 'Consistency Index'는 0이 된다.

< AHP 적용을 위한 설문조사의 예 >

AHP를 고려해서 작성된 설문조사는 어떤 모양을 띄게 될까?

당연히 쌍대비교를 수행하도록 설문항목이 구성된다. (쉽게 이야기 하면 Fig-

Figure 1.의 하얀색 행렬cell을 채우기 위한 질문)

6개의 Factor에 대한 가중치 산정이 필요한 경우에 대한 5점 척도 설문지를 작성해보자.

설문지는 Figure 3과 같이 만들어 질 것이고, 전문가는 해당 비교평가란에 V표를 한다.

< Figure 3 >

질문	매우 중요 (3점)	중요 (2점)	보통 (1점)	중요하지 않음 (1/2점)	전혀 중요 하지 않음 (1/3점)
1 Factor 01이 Factor 02 보다 얼마나 중요하다고 생각하십니까?				V	
2 Factor 01이 Factor 03 보다 얼마나 중요하다고 생각하십니까?			V		
3 Factor 01이 Factor 04 보다 얼마나 중요하다고 생각하십니까?	V				
4 Factor 01이 Factor 05 보다 얼마나 중요하다고 생각하십니까?			V		
5 Factor 01이 Factor 06 보다 얼마나 중요하다고 생각하십니까?		V			
6 Factor 02가 Factor 03 보다 얼마나 중요하다고 생각하십니까?	V				V
7 Factor 02가 Factor 04 보다 얼마나 중요하다고 생각하십니까?	V				
8 Factor 02가 Factor 05 보다 얼마나 중요하다고 생각하십니까?		V			
9 Factor 02가 Factor 06 보다 얼마나 중요하다고 생각하십니까?		V			
10 Factor 03이 Factor 04 보다 얼마나 중요하다고 생각하십니까?		V			
11 Factor 03이 Factor 05 보다 얼마나 중요하다고 생각하십니까?			V		
12 Factor 03이 Factor 06 보다 얼마나 중요하다고 생각하십니까?		V			
13 Factor 04가 Factor 05 보다 얼마나 중요하다고 생각하십니까?				V	
14 Factor 04가 Factor 06 보다 얼마나 중요하다고 생각하십니까?				V	
15 Factor 05가 Factor 06 보다 얼마나 중요하다고 생각하십니까?			V		

전문가가 여러명이면 각 전문가의 의견을 통합하여 하나의 sheet로 구성해서 사용하면 된다.

점수가 나왔다면, 이것을 엑셀로 만든 AHP 틀에 입력한다.

입력하여 결과를 도출해보면 Figure 4와 같이 나타난다.

< Figure 4 >

AHP Calculating Start															<--- 비교법렬의 하안격 부분을 입력하신 후, 이 왼쪽 버튼을 클릭하시면 가중치 산정결과가 나타납니다.															
(1) 기준치 선정 결과															Consistency Index															0.0631
Factor 01	Factor 02	Factor 03	Factor 04	Factor 05	Factor 06	Factor 07	Factor 08	Factor 09	Factor 10	Factor 11	Factor 12	Factor 13	Factor 14	Factor 15																
Weight	0.129	0.263	0.176	0.073	0.147	0.192																								
(2) 비교 배열																														
Factor 01	Factor 02	Factor 03	Factor 04	Factor 05	Factor 06	Factor 07	Factor 08	Factor 09	Factor 10	Factor 11	Factor 12	Factor 13	Factor 14	Factor 15																
Factor 01	1	0.5	1	3	1	0.33333																								
Factor 02	2	1	2	3	2	2																								
Factor 03	1	0.5	1	2	1	2																								
Factor 04	0.333333	0.333333	0.5	1	0.5	0.5																								
Factor 05	1	0.5	1	2	1	1																								
Factor 06	3.00003	0.5	0.5	2	1	1																								
Factor 07	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	1																							
Factor 08	#DIV/0!	1																												
Factor 09	#DIV/0!	1																												
Factor 10	#DIV/0!	1																												
Factor 11	#DIV/0!	1																												
Factor 12	#DIV/0!	1																												
Factor 13	#DIV/0!	1																												
Factor 14	#DIV/0!	1																												
Factor 15	#DIV/0!	1																												

<예제 결과 해석>

Factor 2가 상대적으로 가장 중요한 요소임이 밝혀졌다.
 중요도는 Factor 2, 6, 3, 5, 1, 4 순서대로이며, 물론 이들간의 대소비교도 가능하다.
 CI는 0.0631로 수용할만 하다.

<AHP Excel Tool Download>

제가 AHP 툴(엑셀 프로그램)을 업로드 해놓았으니 사용해보기 바랍니다. (아래 링크 클릭)

[AHP_Calculator_with_CI.xls](#)

사용은 무료지만 다운로드할 때 댓글은 달아주는 센스를 부탁드립니다. ^^;

P.S.

[AHP\(Analytic Hierarchy Process\) 기법 완전정복 포스트\(http://yjhyjh.egloos.com/366791\)](http://yjhyjh.egloos.com/366791) 서 AHP Manual 파일을 다운로드 받으실 수 있습니다.



AHP 수행시 다수의 의견을 합산하는 법

2006-08-24 11:16:56

내 블로그를 참조하신 분 가운데 한분이 [AHP\(Analytic Hierarchy Process\) 기법](#)의 적용과정에서 부딪친 어려움에 대한 질문이 이메일로 보내주셨다. 답변을 해드리면서, 이와 같은 문제를 그분만 경험하진 않을 듯하여, 답변 내용을 정리해서 올린다. 그분의 질문 핵심은 다음과 같다.

- 양군님의 엑셀프로그램을 통해 한 명의 의견에 대한 가중치를 구할 수는 있는데요. 문제는 다수의 의견을 어떻게 합산하느냐의 문제가 도대체 논문을 읽어봐도 이해가 잘 안됩니다.

그렇다.

다수의 의견을 어떻게 합산하여 AHP를 돌리느냐가 오늘 포스트의 주제다.

AHP 설문지 sheet를 보시면 5점 척도 내지는 7점 척도로 쌍대비교를 시킨다. (<http://yjhyjh.egloos.com/33525> 참조)

이때 측정수준은 Ordinal Scale이 아닌 Interval Scale이어야 한다. 즉, 각 구간이 일정한 규칙을 가지고 있어서 정량적 수준비교를 할 수 있어야 한다. (자세한 내용은 <http://yjhyjh.egloos.com/249715> 참조)

Interval Scale로 설문이 취합 되었다면, 각 구간의 편차가 의미가 있게 된다.

따라서, 각 설문자의 의견 편차의 평균은 의미를 가질 수 있다.

또한, 평균이 Scale과 Scale의 사이 어디 쯤에 있더라도, 그 수치를 AHP에 입력하는 것이 가능하다.

예를 들면,

"매우중요(3점)", "중요(2점)", "보통(1점)", "중요하지 않음(1/2점)", "전혀 중요하지 않음(1/3점)" 이라는 기준으로 점수를 회수 했다면... 매우중요와 중요 사이의 2.4점 이라는 점수도 사용할 수 있다는 것이다.

AHP 계산 로직에 따르면, 이와 같은 중간지점의 수치 입력은(설문지 설계만 정확했다면) 더욱 정교한 가중치 결과를 보증한다고 볼 수 있다.

다수의 의견을 모아서 하나로 만들기 위해서는 평균을 사용하게 된다.

Interval Scale을 통한 설문결과를 평균을 낼 때, 산술/기하/조화평균이 모두 사용될 수 있다. (최빈값이나 중앙값도 고려의 대상은 될 수 있겠지만, 설문응답 수가 충분히 많아야 의미가 있을 것이다. 하지만, AHP를 위한 설문은 최상위 전문가를 대상으로 하기 때문에 통상적으로 수십개 이하이므로 사용안할 가능성이 높다.)

이때, AHP의 Interval Scale은 쌍대비교를 위한 'a가 b보다 n배 중요하다'라는 논리로 만들어진다는 점에 주목해야 한다.

구간의 편차가 n씩 증가하는 것이 아니라 n배씩 증가하는 것이므로, 산술평균보다는 기하평균이 더 의미가 있을 것으로 생각된다.

(질문해주신 분에 따르면, AHP에서는 산술평균보다는 기하평균을 이용해야 한다는 논문이 있다고 한다.)

결론적으로 다수의 의견을 반영해서 AHP를 돌리는 방법(절차)은 아래와 같다.

- (1) AHP 설문 sheet를 만들때 정확한 Interval Scale로 디자인 하고,
- (2) 회수된 다수의 설문결과의 기하평균을 내서 각 쌍대비교값을 단일화 시키고,
- (3) 단일화된 결과를 모아서 AHP로직을 한번에 돌리면 된다.

여기에 덧붙여, 하나 더 미리 알고 주의하셔야 할 점이 있다.

AHP의 가중치 편차는 Interval Scale의 범위를 어떻게 설정하는가에 따라서 달라질 수 있다는 것이 그것이다.

예를들면,

"매우중요(3점)", "중요(2점)", "보통(1점)", "중요하지 않음(1/2점)", "전혀 중요하지 않음(1/3점)"

과

"매우중요(6점)", "중요(3점)", "보통(1점)", "중요하지 않음(1/3점)", "전혀 중요하지 않음(1/6점)"

은 똑같이 구간 차이가 n 배가 나는 Interval Scale이지만, 그 결과값은 다르게 된다.

후자가 가중치 편차가 커진다.

이러한 특징은 설문지 작성에 신경을 많이 쓰셔야 하는 부분이 된다.

모쪼록, 많은 연구/기획자 분들이 AHP를 쉽게 이용하는데 도움이 되길 바라며...

P.S.

AHP(Alytic Hierarchy Process) 기법 완전 정복 포스트(<http://yjhyjh.egloos.com/366791>)
서 AHP Manual 파일을 다운로드 받으실 수 있습니다.

AHP Manual

<http://yjhyjh.egloos.com>

펴낸날 : 2007. 12. 16.

지은이 : 딸기우유

펴낸곳 : 이글루스

이 책은 지은이와 egloos.com의 동의 없는
무단 전재 및 복제를 금합니다.

published by egloos.com in Seoul, Korea