

문제 7. $9^{\frac{2}{3}} \times 27^{-\frac{2}{3}}$ 의 값은? [09 수능, 2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② 1 ③ $\sqrt{3}$ ④ 3 ⑤ $3\sqrt{3}$

제 4 장

지수와 로그

1 지수법칙과 연산

문제 1. $(\sqrt{2})^5$ 의 값은? [01 수능, 2점]

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

문제 2. $a = \sqrt{2}$, $b^3 = \sqrt{3}$ 일 때, $(ab)^2$ 의 값은? (단, b 는 실수이다.) [08 수능, 3점]

- ① $2 \cdot 3^{\frac{1}{3}}$ ② $2 \cdot 3^{\frac{2}{3}}$ ③ $2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}$
 ④ $3 \cdot 2^{\frac{1}{3}}$ ⑤ $3 \cdot 2^{\frac{2}{3}}$

문제 3. $\{(\frac{4}{9})^{-\frac{2}{3}}\}^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [98 수능, 2점]

- ① $\frac{8}{27}$ ② $\frac{16}{61}$ ③ $\frac{81}{16}$ ④ $\frac{27}{8}$ ⑤ $\frac{64}{81}$

문제 4. $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[6]{16}$ 을 간단히 하면? [03 수능, 2점]

- ① 2 ② 4 ③ $\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt[3]{2}$

문제 5. $3^{\frac{2}{3}} \times 9^{\frac{3}{2}} \div 27^{\frac{8}{3}}$ 의 값은? [05 수능, 2점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

문제 6. $5^{\frac{2}{3}} \times 25^{-\frac{5}{6}}$ 의 값은? [06 수능, 2점]

- ① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ 1 ④ 5 ⑤ 25

2 로그의 정의와 성질

문제 8. 다음은 지수법칙 $a^{r+s} = a^r a^s$ 으로부터 모든 양수 x, y 에 대하여 $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ 가 성립함을 증명한 것이다. (단, $a \neq 1, a > 0$) [01 수능, 3점]

$r = \log_a x, s = \log_a y$ 로 놓으면

$$a^r = x, a^s = \boxed{\text{(가)}}$$

$$\text{지수법칙으로부터 } a^{r+s} = \boxed{\text{(나)}}$$

$$\text{로그의 정의에 의하여 } r + s = \log_a \boxed{\text{(나)}}$$

그러므로 $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나) 에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ① $x, x + y$ ② $y, x + y$ ③ x, xy
 ④ y, xy ⑤ $x, \frac{x}{y}$

문제 9. $\log_2 6 - \log_2 \frac{3}{2}$ 의 값은? [99 수능, 2점]

- ① 0 ② -1 ③ 1 ④ -2 ⑤ 2

문제 10. $\log_7 \frac{1}{\sqrt{7}}$ 의 값은? [00 수능, 2점]

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

문제 11. $\log_2(4^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{2^5})^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [02 수능, 2점]

- ① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

문제 12. $a = \log_2 10$, $b = 2\sqrt{2}$ 일 때, $a \log b$ 의 값은? [09 수능, 3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

문제 13. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [05 수능, 3점]

< 보기 >

ㄱ. $2^{\log_2 1 + \log_2 2 + \log_2 3 + \dots + \log_2 10} = 10!$
 ㄴ. $\log_2(2^1 \times 2^2 \times 2^3 \times \dots \times 2^{10})^2 = 55^2$
 ㄷ. $(\log_2 2^1)(\log_2 2^2)(\log_2 2^3) \dots (\log_2 2^{10}) = 55$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제 14. $8^{\frac{2}{3}} + \log_2 8$ 의 값은? [08 수능, 2점]

- ① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

문제 15. $(\log_3 27) \times 8^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [07 수능, 2점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

문제 16. $\log_3 12 + \log_3 9 - \log_3 4$ 의 값은? [04 수능, 2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

문제 17. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 일 때, $\log(\sin \theta) - \log(\cos \theta) = \frac{1}{2} \log 3$ 을 만족시키는 θ 의 값은? (단, \log 는 상용로그) [01 수능, 3점]

- ① $\frac{1}{6}\pi$ ② $\frac{1}{4}\pi$ ③ $\frac{2}{7}\pi$ ④ $\frac{1}{3}\pi$ ⑤ $\frac{2}{5}\pi$

문제 18. $\log_2 7$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $3^a + 2^b$ 의 값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하시오. (단, $0 \leq b < 1$ 이다.) [04 수능, 3점]

문제 19. $\log_{10} 275$ 의 값을 $\log_{10} 2 = 0.301, \log_{10} 11 = 1.041$ 로 계산한 다음 소수 셋째 자리에서 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하라. [97 수능, 2점]

문제 20. a, x, y 가 양의 실수이고 $A = \log_a \frac{x^2}{y^3}, B = \log_a \frac{y^2}{x^3}$ 일 때, $3A + 2B$ 와 같은 값은? (단, $a \neq 1$) [94

수능 1 차]

- ① $\log_a \frac{1}{x^5}$ ② $\log_a \frac{1}{y^5}$ ③ $\log_a \frac{1}{xy}$
 ④ $\log_a \frac{x^5}{y^5}$ ⑤ $\log_a \frac{x^5}{y^7}$

문제 21. 1보다 큰 세 실수 a, b, c 에 대하여 $\log_a c : \log_b c = 2 : 1$ 일 때, $\log_a b + \log_b a$ 의 값은? [07 수능, 3점]

- ① 3 ② $\frac{5}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 1

문제 22. $0 < a < 1$ 인 a 에 대하여 10^a 을 3으로 나눌 때, 몫이 정수이고 나머지가 2가 되는 모든 a 의 값의 합은? [07 수능, 4점]

- ① $2 + 3 \log 2$ ② $1 + 6 \log 2$ ③ $1 + 3 \log 2$
 ④ $6 \log 2$ ⑤ $3 \log 2$

문제 23. 정수 n 에 대하여 두 집합 $A(n), B(n)$ 이

$$A(n) = \{x | \log_2 x \leq n\}$$

$$B(n) = \{x | \log_4 x \leq n\} \text{ 일 때,}$$

〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [07 수능, 4점]

〈보기〉

$$\text{ㄱ. } A(1) = \{x | 0 < x \leq 1\}$$

$$\text{ㄴ. } A(4) = B(2)$$

$$\text{ㄷ. } A(n) \subset B(n) \text{ 일 때, } B(-n) \subset A(-n) \text{ 이다.}$$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

문제 24. $k = 1, 2, 3, \dots$ 에 대하여 b_k 가 0 또는 1이고 $\log_7 2 = \frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2^2} + \frac{b_3}{2^3} + \frac{b_4}{2^4} + \dots$ 일 때, b_1, b_2, b_3 의 값을 순서대로 적으면? [96 수능, 3점]

- ① 0, 0, 0 ② 0, 1, 0 ③ 0, 0, 1
 ④ 0, 1, 1 ⑤ 1, 1, 1

3 상용로그

문제 25. 두 자리의 자연수 N 에 대하여 $\log N$ 의 가수가 α 일 때, $\frac{1}{2} + \log N = \alpha + \log_4 \frac{N}{8}$ 을 만족시키는 N 의 값을 구하시오. [08 수능, 4점]

문제 26. 상용로그의 지표가 2인 수 중에서 가장 큰 정수를 a , 상용로그의 지표가 -2인 수 중에서 가장 작은 수를 b 라 할 때, ab 의 값은? [05 수능, 4점]

4 제 4 장 지수와 로그

- ① 0.9 ② 0.99 ③ 1 ④ 9.99 ⑤ 10

문제 27. 양수 a 에 대하여 $\log a$ 의 지표와 가수를 각각 $f(a), g(a)$ 라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [06 수능, 3점]

〈보기〉

- ㄱ. $f(2006) = 3$
 ㄴ. $g(2) + g(6) = g(12) + 1$
 ㄷ. $f(ab) = f(a) + f(b)$ 이면 $g(ab) = g(a) + g(b)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제 28. 자연수 n 에 대하여 $\log n$ 의 가수를 $f(n)$ 이라 할 때, 집합 $A = \{f(n) | 1 \leq n \leq 150, n \text{은 자연수}\}$ 의 원소의 개수는? [09 수능, 3점]

- ① 131 ② 133 ③ 135
 ④ 137 ⑤ 139

3.1 상용로그의 활용

문제 29. 주위가 순간적으로 어두워지더라도 사람의 눈은 그 변화를 서서히 지각하게 된다. 빛의 세기가 1000에서 10으로 순간적으로 바뀐 후 t 초가 경과했을 때, 사람이 지각하는 빛의 세기 $I(t)$ 는 $I(t) = 10 + 990 \times a^{-5t}$ (단, a 는 $a > 1$ 인 상수)이라 한다. 빛의 세기가 1000에서 10으로 순간적으로 바뀐 후, 사람이 빛의 세기를 21로 지각하는 순간까지 s 초가 경과했다고 할 때, s 의 값은? (단, 빛의 세기의 단위는 Td (트롤랜드)이다.) [07 수능, 3점]

- ① $\frac{1+2\log 3}{5\log a}$ ② $\frac{1+3\log 3}{5\log a}$ ③ $\frac{2+\log 3}{5\log a}$
 ④ $\frac{2+2\log 3}{5\log a}$ ⑤ $\frac{2+3\log 3}{5\log a}$

문제 30. 전파가 어떤 벽을 투과할 때 전파의 세기가 A 에서 B 로 바뀌면, 그 벽의 전파감쇄비 F 는 $F = 10 \log(\frac{B}{A})$ (데시벨)로 정의한다. 전파감쇄비가 -7 (데시벨)인 벽을 투과한 전파의 세기는 투과하기 전 세기의 몇 배인가? (단, $10^{\frac{3}{10}} = 2$ 로 계산한다.) [99 수능, 4점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

문제 31. 어느 지역에서 1년 동안 발생하는 규모 M 이상인 지진의 평균 발생 횟수 N 은 다음 식을 만족시킨다고 한다.

$$\log N = a - 0.9M \quad (\text{단, } a \text{는 양의 상수})$$

이 지역에서 규모 4 이상인 지진이 1년에 평균 64번 발생할 때, 규모 x 이상인 지진은 1년에 평균 한 번

발생한다. $9x$ 의 값을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.) [08 수능, 4점]

문제 32. 어떤 산업에서 노동의 투입량을 x , 자본의 투입량을 y 라 할 때, 그 산업의 생산량 z 는 다음과 같다.

$$z = 2x^\alpha y^{1-\alpha} \quad (\alpha \text{는 } 0 < \alpha < 1 \text{인 상수})$$

자료에 의하면 1993 년도의 노동 및 자본의 투입량은 1980 년도보다 각각 4 배와 2 배이고, 1993 년도 산업생산량은 1980 년도 산업생산량이 2.5 배이다. 이 사실로부터 상수 α 의 값을 소수점 아래 둘째 자리까지 구하면? (단, $\log_{10} 2 = 0.30$) [95 수능, 4 점]

- ① 0.50 ② 0.33 ③ 0.25
 ④ 0.20 ⑤ 0.10

문제 33. 컴퓨터 중앙처리장치의 속도는 1985 년 $1MHz$ 이던 것이 매 3 년마다 약 4 배의 비율로 빨라지고 있다.

한 연구에 의하면 현재 기술로 이와 같은 발전을 지속할 수 있는 중앙처리장치 속도의 한계는 약 $4,000MHz$ 라고 한다. 이 연구에서 현재 기술이 한계에 도달할 것으로 예측되는 해는? (단, MHz 는 중앙처리장치 속도의 단위이며, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.) [00 수능, 3 점]

- ① 2003 년 ② 2006 년 ③ 2009 년
 ④ 2012 년 ⑤ 2024 년

문제 34. 총 인구에서 65 세 이상 인구가 차지하는 비율이 20% 이상인 사회를 ‘초고령화 사회’라고 한다. 2000 년 어느 나라의 총 인구는 1000 만 명이고 65 세 이상 인구는 50 만 명이였다. 총 인구는 매년 전년도보다 0.3% 씩 증가하고 65 세 이상 인구는 매년 전년도보다 4% 씩 증가한다고 가정할 때, 처음으로 ‘초고령화 사회’가 예측되는 시기는? (단, $\log 1.003 = 0.0013$, $\log 1.04 = 0.0170$, $\log 2 = 0.3010$) [05 수능, 4 점]

- ① 2048 년 ~ 2050 년 ② 2038 년 ~ 2040 년
 ③ 2028 년 ~ 2030 년 ④ 2018 년 ~ 2020 년
 ⑤ 2008 년 ~ 2010 년

문제 35. 1993 년 우리 나라의 교육 예산은 GNP 의 3.7% 수준이라고 한다. 1993 년부터 1998 년까지의 우리 나라의 GNP 성장률이 매년 7% 라고 가정할 때, 1998 년에 교육 예산이 GNP 의 5% 가 되도록 하려면 앞으로 5년 동안 교육 예산을 매년 몇 % 씩 증가시켜야 하는가? [94 수능 1 차] (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 3.7 = 0.5682$)

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	비례부분								
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430	3	6	10	13	16	19	23	26	29
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732	3	6	9	12	15	18	21	24	27

- ① 약 10.7% ② 약 11.7% ③ 약 12.7%
 ④ 약 13.7% ⑤ 약 14.7%

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4 지수함수와 로그함수

문제 36. 다음 <보기>중 같은 것끼리 짝지어진 것을 모두 고르면? [99 수능, 2점]

<보기>

I. $\begin{cases} y = \log(x-1)(x-2) \\ y = \log(x-1) + \log(x-2) \end{cases}$

II. $\begin{cases} y = \frac{x^2-1}{x-1} \\ y = x+1 \end{cases}$

III. $\begin{cases} y = x \\ y = \sqrt[3]{x^3} \end{cases}$

- ① I ② II ③ III
 ④ II, III ⑤ I, III

문제 37. 함수 $f(x) = \frac{4^x}{4^x+2}$ 에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [05 수능, 4점]

<보기>

ㄱ. $f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

ㄴ. $f(x) + f(1-x) = 1$

ㄷ. $\sum_{k=1}^{100} f(\frac{k}{101}) = 50$

문제 38. 두 실수 a 와 b 가 1이 아닌 양수일 때, 함수 $y = a^x$ 의 그래프와 함수 $y = \log_b x$ 의 그래프가 항상 만나는 경우를 <보기>에서 모두 고른 것은? [04 수능 3점]

<보기>

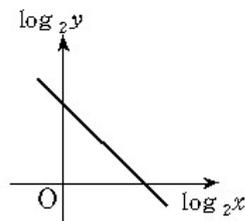
ㄱ. $a > 1$ 이고 $b > 1$

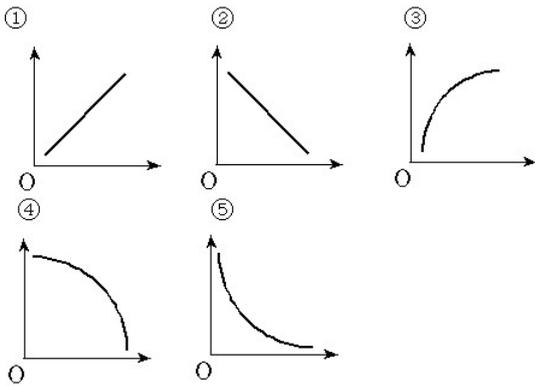
ㄴ. $a > 1$ 이고 $0 < b < 1$

ㄷ. $0 < a < 1$ 이고 $0 < b < 1$

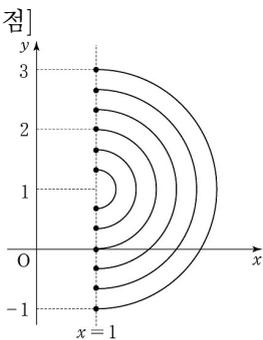
- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

문제 39. $\log_2 x$ 와 $\log_2 y$ 사이의 관계가 아래 그림과 같은 모양일 때, x 와 y 사이의 관계를 옳게 나타낸 것은? [97 수능, 2점]





문제 40. 아래 그림은 중심이 (1,1) 이고 반지름의 길이가 각각 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, 2$ 인 6 개의 반원을 그린 것이다. 세 함수 $y = \log_{\frac{1}{4}} x, y = (\frac{2}{3})^x, y = 3^x$ 의 그래프가 반원과 만나는 교점의 개수를 각각 a, b, c 라 하자. a, b, c 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? (단, $x \geq 1$ 이고 반원은 지름의 양 끝점을 포함한다.) [96 수능, 4 점]



- ① $a < b < c$ ② $a < c < b$ ③ $b < c < a$
- ④ $c < a < b$ ⑤ $c < b < a$

문제 41. 함수 $f(x) = 2^x$ 의 그래프를 x 축 방향으로 m 만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동시키면 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 되고, 이 평행이동에 의하여 점 $A(1, f(1))$ 이 점 $A'(3, g(3))$ 으로 이동된다. 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지날 때, $m + n$ 의 값은? [08 수능, 3 점]

- ① $\frac{11}{4}$ ② 3 ③ $\frac{13}{4}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

문제 42. 지수함수의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [02 수능, 2 점]

<보기>

- ㄱ. $y = 2^x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면 $y = \frac{1}{2^x}$ 의 그래프가 된다.
- ㄴ. $y = 2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 $y = 2^x$ 의 그래프보다 아래에 놓이게 된다.
- ㄷ. $y = \sqrt{2} \cdot 2^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 평행이동하여 $y = 2^x$ 의 그래프를 얻을 수 있다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제 43. 지수함수 $f(x) = a^{x-m}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 두 점에서 만나고, 두 교점의 x 좌표가 1 과 3 일 때, $a + m$ 의 값은? [08 수능, 3 점]

- ① $2 - \sqrt{3}$ ② 2 ③ $1 + \sqrt{3}$

④ 3

⑤ $2 + \sqrt{3}$

문제 44. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{71}{5} - \frac{19}{15}x & (x < 12) \\ 1 - 2\log_3(x - 9) & (x \geq 12) \end{cases} \quad \text{의 역함수를}$$

$g(x)$ 라고 할 때, $(g \circ g \circ g \circ g \circ g)(x) = -3$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라. (단, $(g \circ g)(x) = g(g(x))$ 이다.) [97 수능, 3 점]

4.1 함수의 최대, 최소

문제 45. 정의역이 $\{x | -1 \leq x \leq 3\}$ 인 두 지수함수 $f(x) = 4^x$, $g(x) = (\frac{1}{2})^x$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최댓값을 M , $g(x)$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값은? [07 수능, 3 점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

문제 46. 함수 $y = 3 + \log_3(x^2 - 4x + 31)$ 의 최솟값은? [09 수능, 3 점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

문제 47. 정의역이 $\{x | 1 \leq x \leq 81\}$ 인 함수 $y = (\log_3 x)(\log_{\frac{1}{3}} x) + 2\log_3 x + 10$ 의 최댓값을 M , 최솟값

을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하시오. [06 수능, 4 점]

문제 48. 직선 $y = 2 - x$ 가 두 로그함수 $y = \log_2 x$, $y = \log_3 x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [08 수능, 4 점]

<보기>

ㄱ. $x_1 > y_2$

ㄴ. $x_2 - x_1 = y_1 - y_2$

ㄷ. $x_1 y_1 > x_2 y_2$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제 49. n 이 자연수일 때, <보기>의 부등식 중 항상 성립하는 것을 모두 고르면? [03 수능]

<보기>

ㄱ. $\log_2(n + 3) > \log_2(n + 2)$

ㄴ. $\log_2(n + 2) > \log_3(n + 2)$

ㄷ. $\log_2(n + 2) > \log_3(n + 3)$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5 방정식과 부등식

5.1 지수, 로그방정식

문제 50. 함수 $y = k \cdot 3^x$ ($0 < k < 1$)의 그래프가 두 함수 $y = 3^{-x}$, $y = -4 \cdot 3^x + 8$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자.

점 P 와 점 Q 의 x 좌표의 비가 $1:2$ 일 때, $35k$ 의 값을 구하시오. [07 수능, 4점]

문제 51. 지수방정식 $3^{x+2} = 96$ 의 근을 α 라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [95 수능, 2점]

- ① $0 < \alpha < 1$ ② $1 < \alpha < 2$ ③ $2 < \alpha < 3$
 ④ $3 < \alpha < 4$ ⑤ $4 < \alpha < 5$

문제 52. 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하시오.

[02 수능, 2점]

$$(\log_2 x)^3 + \log_2 x^3 = 4(\log_2 x)^2 + \log_2 x$$

문제 53. 광통신에서는 광섬유를 이용하여 신호를 먼 곳까지 보낸다. 신호가 광섬유를 $1km$ 지날 때마다 신호의 세기는 $1km$ 전의 세기의 99% 가 된다고 하자. 신호의 세기가 처음 세기의 $\frac{1}{2}$ 이 되는 곳에 증계소를 설치하려고 할 때, 처음 신호를 보내는 곳에서 증계소까지 광섬유의 길이는 약 몇 km 인가? (단, $\log 2 = 0.3010$, $\log 9.9 = 0.9956$ 으로 계산한다.) [03 수능, 4점]

- ① 68 ② 78 ③ 88 ④ 98 ⑤ 108

문제 54. 방정식 $4^x - 7 \cdot 2^x + 12 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $2^{2\alpha} + 2^{2\beta}$ 의 값을 구하시오. [06 수능, 3점]

문제 55. 로그방정식 $(\log_2 x)^2 - 4\log_2 x = 0$ 의 두

근을 각각 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. [07 수능, 3 점] ⑤ $1 < a < b, m < n$

문제 56. 두 양수 a, b 에 대하여 $\begin{cases} ab = 27 \\ \log_3 \frac{b}{a} = 5 \end{cases}$ 가 성립할 때, $4 \log_3 a + 9 \log_3 b$ 의 값을 구하시오. [06 수능, 3 점]

문제 59. 부등식 $(\log_3 x)(\log_3 3x) \leq 20$ 을 만족시키는 자연수 x 의 최댓값을 구하시오. [08 수능, 3 점]

5.2 지수, 로그부등식

문제 57. 연립부등식 $\begin{cases} \log_3 |x - 3| < 4 \\ \log_2 x + \log_2(x - 2) \geq 3 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하시오. [05 수능, 3 점]

문제 60. 좌표평면 위에 연립부등식 $\begin{cases} |x| + |y| \leq 4 \\ \log_2(x + y)^4 - \log_2(x + y)^2 \geq 2 \end{cases}$ 가 나타내는 영역이 있다. 중심 $(\frac{1}{2}, -1)$ 이고, 반지름의 길이가 r 인 원이 이 영역과 만날 때, r 의 최솟값과 최댓값은? [96 수능, 4 점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{85}}{2}$
- ② $\frac{5\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{101}}{2}$
- ③ $\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{85}}{2}$
- ④ $\frac{3\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{101}}{2}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{101}}{2}$

문제 58. 부등식 $a^m < a^n < b^n < b^m$ 을 만족시키는 양수 a, b 와 자연수 m, n 에 대하여 옳은 것은? [06 수능, 3 점]

- ① $a < 1 < b, m > n$
- ② $a < 1 < b, m < n$
- ③ $a < b < 1, m < n$
- ④ $1 < a < b, m > n$

문제 61. 부등식 $|\log_2 a - \log_2 10| + \log_2 b \leq 1$ 을 만족시키는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

[94 수능]

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

④ $10^{\frac{9}{4}}m$

⑤ $10^{\frac{5}{2}}m$

문제 63. 시간 t 에 따라 감소하는 함수 $f(t)$ 에 대하여 $f(t+c) = \frac{1}{2}f(t)$ 를 만족시키는 양의 상수 c 를 $f(t)$ 의 반감기라 한다. 함수 $f(t) = 3^{-t}$ 의 반감기는? [00 수능, 3점]

① $\frac{1}{3} \log_3 2$

② $\frac{1}{2} \log_3 2$

③ $\log_3 2$

④ $2 \log_3 2$

⑤ $3 \log_3 2$

5.3 지수, 로그함수의 활용

문제 62. 소리가 건물의 벽을 통과할 때, 일정 비율만 실내로 투과되고 나머지는 반사되거나 흡수된다. 이 때, 실내로 투과되는 소리의 비율을 투과율이라 한다. 확성기의 음향출력이 W (와트)일 때, 투과율이 α 인 건물에서 $r(m)$ 만큼 떨어진 지점에 있는 확성기로부터 실내로 투과되는 소리의 세기 P (데시벨)는 다음과 같다.

$$P = 10 \log \frac{\alpha W}{I_0} - 20 \log r - 11$$

(단, $I_0 = 10^{-12}$ (와트/m²)이고 $r > 1$ 이다.)

확성기에서 음향출력이 100(와트)인 소리가 나오고 있다. 투과율이 $\frac{1}{100}$ 인 건물의 실내로 투과되는 소리의 세기가 59(데시벨) 이하가 되게 할 때, 확성기와 건물 사이의 최소 거리는? (단, 소리는 공간으로 골고루 퍼져나가고, 투과율 이외의 다른 요인은 고려하지 않는다고 가정한다.) [05 수능, 4점]

① $10^2 m$

② $10^{\frac{17}{8}} m$

③ $10^{\frac{13}{6}} m$

문제 64. 어느 물탱크에 서식하고 있는 박테리아를 제거하기 위하여 약품을 투여하려고 한다. 물탱크에 있는 물 1mL 당 초기 박테리아 수를 C_0 , 약품을 투여한 지 t 시간이 지나는 순간 1mL 당 박테리아 수를 C 라 할 때, 다음 관계식이 성립한다고 하자.

$$\log \frac{C}{C_0} = -kt \quad (k \text{는 양의 상수})$$

물 1mL 당 초기 박테리아 수가 8×10^5 이고, 약품을 투여한 지 3시간이 지나는 순간 1mL 당 박테리아 수는 2×10^5 이 된다고 한다. 약품을 투여한 지 a 시간 후에 처음으로 1mL 당 박테리아 수가 8×10^3 이하가 되었다. a 의 값을 구하시오. (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.) [06 수능, 4점]

