2007학년도 10월 고3 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시 수 리 영 역

'나'형

성명	

수험번호						3				

- 먼저 수험생이 선택한 응시 유형의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 응시 유형 및 답을 표기할 때는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 0 이 포함된 경우, 0 을 OMR 답안지에 반드시 표기해야 합니다.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $(\log_3 \sqrt{8}) \times (\log_2 9)$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ 3

2. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $AB^{-1} + B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

3. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고 $\mathrm{P}(A \cup B) = \frac{2}{3}$, $\mathrm{P}(A) = \frac{1}{3}$ 을 만족시킬 때, $\mathrm{P}(B)$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

4. 첫째항이 a, 공비가 2 인 등비수열의 첫째항부터 제6항까지의 합이 21일 때, a 의 값은? [3점]

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

경기도교육청

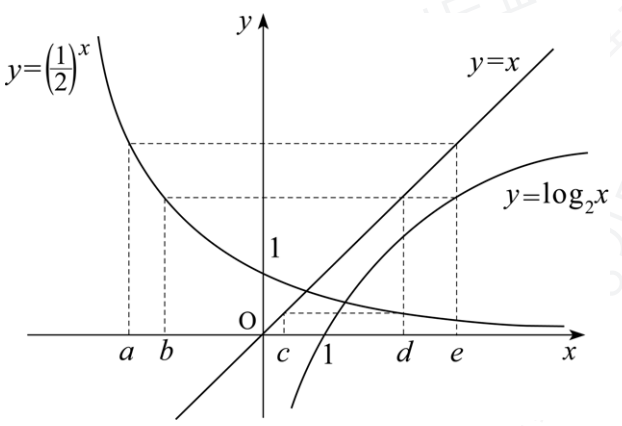
5. x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} a-1 & -2 \\ 8 & b \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2b \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖도록 두 양수 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 최소값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

6. 그림은 두 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y=\log_2 x$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 를 나타낸 것이다.
옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, 점선은 모두 좌표축에 평행하다.) [4점]



< 보 기 >

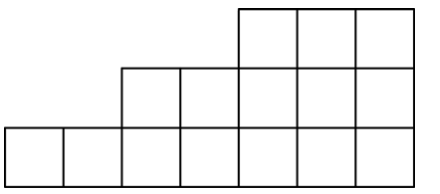
ㄱ. $\left(\frac{1}{2}\right)^d=c$

ㄴ. $a+d=0$

ㄷ. $ce=1$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 그림은 합동인 정사각형 15개를 연결하여 만든 도형을 나타낸 것이다. 이 도형의 선들로 이루어질 수 있는 직사각형의 개수는? [4점]



① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

8. 승용차를 타던 사람 중에서 2007년에 새 승용차로 바꾸어 구입한 사람을 대상으로 승용차를 소형차와 중대형차로 나누어 구매 실태를 조사하였다. 조사 결과에 따르면 대상자의 60%가 소형차를 타던 사람이었다. 그리고 소형차를 타던 사람의 60%는 2007년에도 소형차를 구입하였고, 중대형차를 타던 사람의 80%는 2007년에도 중대형차를 구입하였다.
대상자 중에서 임의로 한 사람을 택하였더니 2007년에 중대형차를 구입한 사람이었다. 이 사람이 소형차를 타던 사람이었을 확률은? [4점]

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{2}{7}$ ④ $\frac{3}{14}$ ⑤ $\frac{1}{7}$

9. 주사위 1개와 동전 6개를 동시에 던질 때, 나온 주사위의 눈의 수와 앞면이 나온 동전의 개수가 서로 같을 확률은? [4점]

① $\frac{21}{128}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{11}{64}$ ④ $\frac{25}{128}$ ⑤ $\frac{15}{64}$

10. 과목별 석차 등급은 석차백분율에 따라 1등급부터 9등급까지 부여되고 등급별 석차백분율은 다음과 같다.

등급	석차백분율
1등급	4%이하
2등급	4%초과 – 11%이하
3등급	11%초과 – 23%이하
4등급	23%초과 – 40%이하
5등급	40%초과 – 60%이하
6등급	60%초과 – 77%이하
7등급	77%초과 – 89%이하
8등급	89%초과 – 96%이하
9등급	96%초과

어느 고등학교 3학년 학생들의 수학 성적이 정규분포 $\mathrm{N}(60.2,\ 20^2)$을 따를 때, 이 학교 학생이 수학 과목에서 3등급을 받기 위한 최소 점수를 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 동점자는 없다.) [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.28	0.11
0.61	0.23
0.74	0.27
1.23	0.39

① 73점 ② 75점 ③ 79점 ④ 82점 ⑤ 85점

11. 첫째항이 3이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_n = 3d$를 만족시키는 n이 존재하도록 하는 모든 자연수 d의 값의 합은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

12. 양수 x에 대하여 $\log x$의 지표를 $f(x)$, 가수를 $g(x)$라 하자. 양수 a, b에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [3점]

< 보 기 >

ㄱ. $f(a^2) = 2f(a)$

ㄴ. $f(a^2) + g(a^2) = 2f(a) + 2g(a)$

ㄷ. $g(a) + g(b) = 1$ 이면 ab는 정수이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 다음은 등식 ${}_{n}\mathrm{C}_{r}+{}_{n}\mathrm{C}_{r+1}={}_{n+1}\mathrm{C}_{r+1}$ 을 이용하여

$$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

을 증명한 것이다.

<증명>

2 이상인 자연수 k 에 대하여

$k^2=\boxed{(가)}+2\cdot{}_{k}\mathrm{C}_{2}$ 로 나타낼 수 있으므로

$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$

$={}_{1}\mathrm{C}_{1}+({}_{2}\mathrm{C}_{1}+2\cdot{}_{2}\mathrm{C}_{2})+({}_{3}\mathrm{C}_{1}+2\cdot{}_{3}\mathrm{C}_{2})+\cdots+({}_{n}\mathrm{C}_{1}+2\cdot\boxed{(나)})$

$=({}_{1}\mathrm{C}_{1}+{}_{2}\mathrm{C}_{1}+{}_{3}\mathrm{C}_{1}+\cdots+{}_{n}\mathrm{C}_{1})+2({}_{2}\mathrm{C}_{2}+{}_{3}\mathrm{C}_{2}+\cdots+\boxed{(나)})$

$={}_{n+1}\mathrm{C}_{2}+2\cdot\boxed{(다)}$

$=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

위 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [3점]

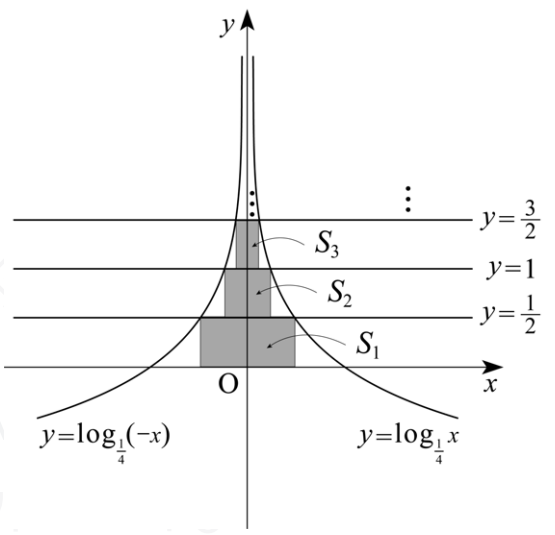
	(가)	(나)	(다)
①	${}_{k}\mathrm{C}_{1}$	${}_{n}\mathrm{C}_{2}$	${}_{n}\mathrm{C}_{3}$
②	${}_{k}\mathrm{C}_{1}$	${}_{n}\mathrm{C}_{2}$	${}_{n+1}\mathrm{C}_{3}$
③	${}_{k}\mathrm{C}_{1}$	${}_{n+1}\mathrm{C}_{2}$	${}_{n}\mathrm{C}_{3}$
④	${}_{k+1}\mathrm{C}_{1}$	${}_{n}\mathrm{C}_{2}$	${}_{n}\mathrm{C}_{3}$
⑤	${}_{k+1}\mathrm{C}_{1}$	${}_{n+1}\mathrm{C}_{2}$	${}_{n+1}\mathrm{C}_{3}$

14. 두 곡선 $y=\log_{\frac{1}{4}}(-x)$, $y=\log_{\frac{1}{4}}x$ 가 직선 $y=\frac{1}{2}$과 만나는 두 점을 꼭지점으로 하고, 한 변이 x 축 위에 있는 직사각형의 넓이를 S_1 이라 하자.

두 곡선이 직선 $y=1$ 과 만나는 두 점을 꼭지점으로 하고, 한 변이 직선 $y=\frac{1}{2}$ 위에 있는 직사각형의 넓이를 S_2 라 하자.

두 곡선이 직선 $y=\frac{3}{2}$ 과 만나는 두 점을 꼭지점으로 하고, 한 변이 직선 $y=1$ 위에 있는 직사각형의 넓이를 S_3 이라 하자.

위와 같은 과정을 계속하여 얻은 n 번째 직사각형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty}S_n$ 의 값은? [3점]



① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{7}{8}$ ④ 1 ⑤ $\frac{9}{8}$

15. 두 이차정사각행렬 A, B에 대하여 $AB=BA$가 성립하기 위한 충분조건인 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

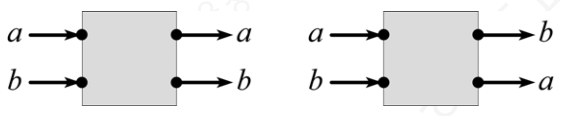
ㄱ. $A+B=2E$

ㄴ. $A^2B=BA^2$

ㄷ. $A^2B=A+E$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

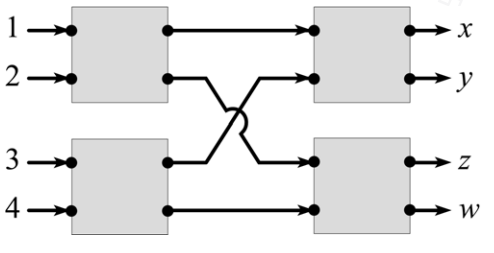
16. 그림은 왼쪽의 입력 신호 a, b를 오른쪽으로 전달하여 신호를 출력하는 장치를 나타낸 것이다. 이 장치가 [그림1]과 같이 출력할 확률은 $\frac{1}{3}$이고, [그림2]와 같이 출력할 확률은 $\frac{2}{3}$이다.



[그림1] [그림2]

이 장치 4개를 아래 그림과 같이 연결하고, 입력신호를 1, 2, 3, 4로 하였을 때의 출력신호를 x, y, z, w라 하자.

이때, $y=3$ 또는 $z=1$일 확률은? (단, 각 장치들은 독립적으로 작동한다.) [4점]

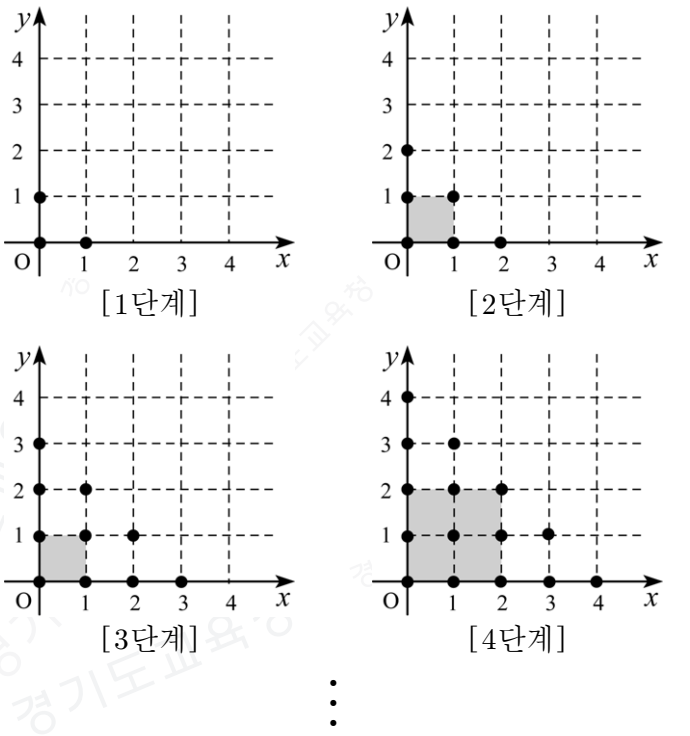


① $\frac{22}{81}$ ② $\frac{23}{81}$ ③ $\frac{25}{81}$ ④ $\frac{26}{81}$ ⑤ $\frac{29}{81}$

17. 다음과 같이 좌표평면 위에 단계별로 x좌표와 y좌표가 음이 아닌 정수인 점을 표시한다.

[1단계]에서는 원점과 x좌표와 y좌표의 합이 1인 점들을 표시하고, [2단계]에서는 [1단계]의 점에 x좌표와 y좌표의 합이 2인 점들을 추가로 표시한다.

이와 같은 방법으로 [n단계]에서는 [$n-1$단계]의 점에 x좌표와 y좌표의 합이 n $(n=2, 3, 4, \cdots)$인 점들을 추가로 표시한다.



[1단계] [2단계] [3단계] [4단계]

⋮

이때, [n단계]에 있는 모든 점의 개수를 a_n, [n단계]에 있는 점들을 꼭지점으로 하는 정사각형 중에서 원점을 한 꼭지점으로 하고 넓이가 최대인 정사각형의 내부 및 둘레에 있는 모든 점의 개수를 b_n이라 하자. 예를 들어 $a_4=15$, $b_4=9$이다.

$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{2n}}{b_{2n}}$의 값은? [4점]

① $\frac{5}{2}$ ② 2 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ 1

단답형(18~25)

18. 확률변수 X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{2}\right)$을 따른다.
$\mathrm{P}(X=2)=10\mathrm{P}(X=1)$이 성립할 때, n의 값을 구하시오. [3점]

19. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3+a_5=36$이고 $a_2a_4=180$일 때, $a_n<100$을 만족시키는 n의 최대값을 구하시오. [3점]

20. 행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$에 대하여 행렬 B_n을 다음과 같이 정의한다.

$$B_n=A^n+(A^{-1})^n \quad (n=1, 2, 3, \cdots)$$

이때, 행렬 $B_1+B_2+B_3+\cdots+B_{100}$의 모든 성분의 합을 구하시오. [4점]

21. 이차방정식 $9x^2-6x-1=0$의 두 근을 α, β라 할 때,

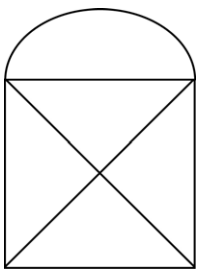
$$\frac{1}{\beta-\alpha}\sum_{n=1}^{\infty}(\beta^n-\alpha^n)=\frac{q}{p}$$

이다. 이때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22. 1이 적힌 구슬이 1개, 2가 적힌 구슬이 2개, 3이 적힌 구슬이 3개, $\cdots$, 10이 적힌 구슬이 10개 들어 있는 주머니가 있다.
이 주머니에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 그 구슬에 적힌 숫자를 X라 하자. 이때, 확률변수 $5X+2$의 평균을 구하시오. [3점]

23. $\frac{1}{2} < x < 1$, $y > 1$ 일 때, 부등식 $\log_x(\log_y 2x) < 0$ 이 나타내는 영역의 넓이를 S라 하자. 이때, $100S$의 값을 구하시오. [3점]

24. 그림과 같이 다섯 개의 영역으로 나누어진 도형이 있다. 각 영역에 빨간색, 노란색, 파란색 중 한 가지 색을 칠하는데, 인접한 영역은 서로 다른 색을 칠하여 구별하려고 한다. 칠할 수 있는 방법의 수를 구하시오. [4점]



25. 다음 두 조건을 동시에 만족시키는 자연수 x의 개수를 구하시오. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

(가) $200 \leqq x \leqq 300$
(나) $[\log_2 x] = [\log_3 x] + [\log_4 x]$

5지 선다형

26. 세 양수 a, b, c에 대하여 행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & -c \end{pmatrix}$가 $A^4 - 3A^2 = O$를 만족시킬 때, $a^2 + 2b^2 + c^2$의 값은? (단, O는 영행렬이다.) [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

27. 두 집합

$$A=\left\{x \mid 2^{x(x-3a)}<2^{a(x-3a)}\right\},\ B=\left\{x \mid \log_3(x^2-2x+6)<2\right\}$$

에 대하여 $A\cap B=A$가 성립하도록 하는 실수 a의 값의 범위는? [3점]

① $-1\leqq a\leqq 0$ ② $-1\leqq a\leqq \frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}\leqq a\leqq 1$

④ $\frac{1}{3}\leqq a\leqq 3$ ⑤ $1\leqq a\leqq 3$

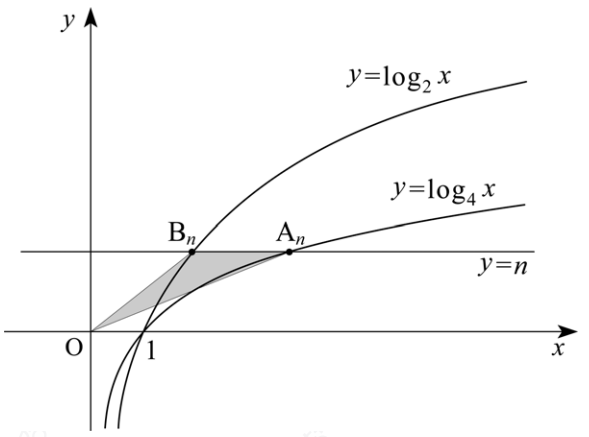
28. 어느 고등학교에서는 방학 중 방과후학교 강좌를 다음과 같이 개설하였다. 어떤 학생이 국어, 수학, 영어 세 과목을 각각 한 번씩 수강하려고 할 때, 그 방법의 수는? [4점]

	1교시	2교시	3교시	4교시
국어	○	○	○	×
수학	○	×	○	○
영어	×	○	○	○

○:개설, ×:미개설

① 11 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 17

29. 자연수 n에 대하여 두 함수 $y=\log_4 x$, $y=\log_2 x$의 그래프와 직선 $y=n$의 교점을 각각 A_n, B_n이라 하자. 삼각형 $\mathrm{OA}_n\mathrm{B}_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{S_{n+1}}{S_n}$의 값은? [4점]



① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

단답형

30. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1=3,\ a_n=3+\sum_{k=1}^{n-1}a_k\ (n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$$

가 성립할 때, a_6의 값을 구하시오. [3점]

※ 확인 사항
문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.