2007학년도 5월 고2 경기도학업성취도평가 문제지

수리 영역(나형)

제 2 교시 | 성명 | | 수험번호 | | | | | | 2 | | | | | 1

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 써 넣으시오.
- 답안지에 수험 번호, 선택 과목, 답을 표기할 때에는 반드시 '수험생이 지켜야 할 일'에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점, 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $8^{\frac{2}{3}}$을 간단히 하면? [2점]

① $\frac{1}{2}$
② $\sqrt{2}$
③ 2
④ $2\sqrt{2}$
⑤ 4

2. $\log_3 54 = n + \alpha$(단, n은 정수, $0 \leqq \alpha < 1$)일 때, 3^{α}의 값은? [2점]

① 1
② 2
③ 3
④ 4
⑤ 5

3. 세 집합 A, B, C에 대하여 집합 $(A-B)-C$와 항상 같은 집합은? [2점]

① $A \cap B \cap C$
② $A \cap B \cap C^C$
③ $A-(B \cap C)$
④ $A-(B \cup C)$
⑤ $A-(B \cup C)^C$

4. 다음은 다항식 ax^3+bx^2+cx+d를 $x-2$로 나눈 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하는 과정이다. 이 때, ax^3+bx^2+cx+d를 $x-1$로 나눈 나머지는? [3점]

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & a & b & c & d \\ & & \square & \square & \square \\ \hline & 1 & -1 & 0 & \boxed{-2} \end{array}$$

① -2
② -1
③ 0
④ 1
⑤ 2

5. $i^3+i^6+i^9+\cdots+i^{51}$을 간단히 하면? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3점]

① $-i$
② i
③ -1
④ 0
⑤ 1

6. 명제의 역이 항상 참인 것을 <보기>에서 모두 고르면? [3점]

〈보 기〉

ㄱ. 자연수 n에 대하여 n이 홀수이면 n^2은 홀수이다.
ㄴ. 자연수 n에 대하여 n이 2의 배수이면 n은 4의 배수이다.
ㄷ. 실수 x, y에 대하여 $xy<0$이면 $x^2+y^2>0$이다.

① ㄱ
② ㄷ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 실수 a, b, c에 대하여 이차방정식 $ax^2-bx+c=0$의 두 근이 α, β일 때, 최고차항의 계수가 1이고 $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, $c\neq 0$) [3점]

① $x^2+\frac{b}{a}x-\frac{c}{a}=0$
② $x^2-\frac{b}{a}x-\frac{c}{a}=0$
③ $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$
④ $x^2+\frac{b}{c}x+\frac{a}{c}=0$
⑤ $x^2-\frac{b}{c}x+\frac{a}{c}=0$

8. 거듭제곱근에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면? [3점]

〈보 기〉

ㄱ. $\sqrt[3]{(-2)^3}=-\sqrt[3]{2^3}$
ㄴ. 16의 네제곱근 중 실수인 것은 두 개 이다.
ㄷ. -27의 세제곱근 중 실수인 것은 -3이다.

① ㄱ
② ㄷ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 1이 아닌 양의 실수 a에 대하여 $\sqrt[4]{a^3}$과 같은 것을 <보기>에서 모두 고르면? [3점]

〈보 기〉

ㄱ. $a^{\frac{4}{3}}$　　ㄴ. $\sqrt{\sqrt{a^3}}$　　ㄷ. $\sqrt{a} \times \sqrt[4]{a}$

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 세 정수 3^{35}, 4^{28}, 5^{21}의 대소 관계로 옳은 것은? [4점]

① $3^{35} < 4^{28} < 5^{21}$
② $3^{35} < 5^{21} < 4^{28}$
③ $4^{28} < 3^{35} < 5^{21}$
④ $5^{21} < 3^{35} < 4^{28}$
⑤ $5^{21} < 4^{28} < 3^{35}$

11. $\log_{10} 1.23 = 0.0899$일 때,

$\log_{10} 12.3 + \log_{10} 0.123 - \log_{10} 1230$의 값은? [3점]

① -3.9101
② -3.0899
③ -2.9101
④ -2.0899
⑤ -1.9101

12. 다음은 $3^{2p}+3^{3q}+3^{5r}=3^{7s}$을 만족시키는 양의 정수 p, q, r, s에 대하여 $p+q+r+s$의 최소값을 구하는 과정이다.

> $3^{2p}+3^{3q}+3^{5r}=3^{2p}(1+3^{3q-2p}+3^{5r-2p})=3^{7s}$이므로
> $3^{3q-2p}=$ $\boxed{\text{(가)}}$ 이고, $3^{5r-2p}=$ $\boxed{\text{(가)}}$ 이어야 한다.
> 따라서 $2p=3q=5r$이다.
> $2p=3q=5r=30m$(m은 양의 정수)라 하면
> $3^{7s}=$ $\boxed{\text{(나)}}$ 이므로 이를 만족시키는 양의 정수 m, s의 최소값을 찾으면 $p+q+r+s$의 최소값 $\boxed{\text{(다)}}$ 을 구할 수 있다.

이 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	0	3^{30m+1}	100
②	0	3^{30m+3}	100
③	1	3^{30m+1}	100
④	1	3^{30m+1}	106
⑤	1	3^{30m+3}	106

13. 로그의 성질로 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면? (단, a, b는 1이 아닌 양의 실수이다.) [4점]

〈 보 기 〉

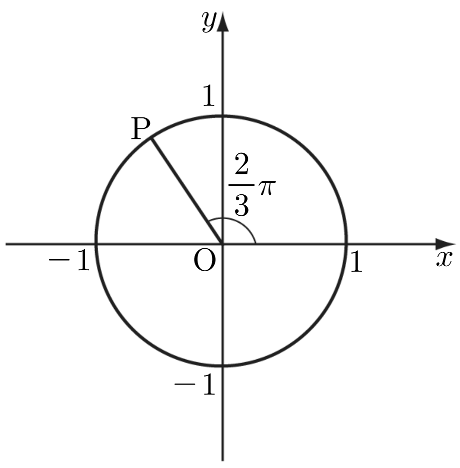
ㄱ. $\dfrac{\log_a 2}{\log_b 2} = \dfrac{\log_2 b}{\log_2 a}$

ㄴ. $(\log_2 a)^2 = 2\log_2 a$

ㄷ. $(\log_2 a)(\log_3 b) = (\log_3 a)(\log_2 b)$

① ㄱ
② ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 그림과 같이 원점 O가 중심인 원 위의 점 $\mathrm{P}(\log_2 \sqrt{a},\ \log_2 \sqrt{b})$에 대하여 선분 OP가 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $\dfrac{2}{3}\pi$ 일 때, $\dfrac{b}{a}$의 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$) [4점]



① $2^{2-\sqrt{3}}$
② $2^{1-\sqrt{3}}$
③ $2^{1+\sqrt{3}}$
④ $4^{1-\sqrt{3}}$
⑤ $4^{1+\sqrt{3}}$

15. $a = \sqrt{4 + \sqrt{12}}$ 일 때, $\dfrac{a}{a - [a]} + \dfrac{a - [a]}{a}$의 값은? (단, $[a]$는 a보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

① $\dfrac{3}{2}$
② $\sqrt{3}$
③ 2
④ $2\sqrt{3}$
⑤ 4

16. 다음은 임의의 실수 x, y에 대하여 $\log_{2a} a = x$, $\log_{3a} 2a = y$ $\left(\text{단, } a > 0,\ a \neq \dfrac{1}{2},\ a \neq \dfrac{1}{3}\right)$일 때, $2^{1-xy} = 3^{y-xy}$임을 증명한 것이다.

[증명]

$xy = (\log_{2a} a) \times (\log_{3a} 2a)$

$= \dfrac{\log_{10} a}{\log_{10} 2a} \times \dfrac{\log_{10} 2a}{\log_{10} 3a}$

$= \boxed{\text{(가)}}$ 이므로

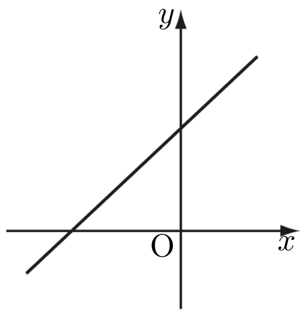
$1 - xy = \boxed{\text{(나)}}$ 이고 $y - xy = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

그러므로 $2^{1-xy} = 3^{y-xy}$가 성립한다.

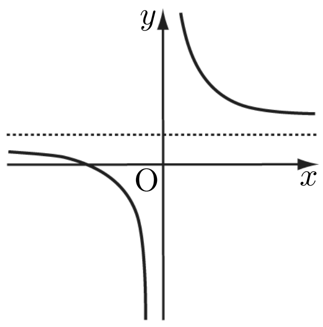
이 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$\log_{3a} a$	$\log_{3a} 2$	$\log_{3a} 3$
②	$\log_{3a} a$	$\log_{3a} 3$	$\log_{3a} 2$
③	$\log_{3a} a$	$\log_{3a} 3$	$\log_{2a} 3$
④	$\log_a 3a$	$\log_a 2$	$\log_{2a} 3$
⑤	$\log_a 3a$	$\log_a 2$	$\log_{3a} 2$

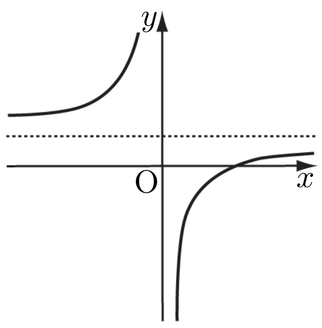
17. 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형이 그림과 같을 때, 함수 $y=f\left(\dfrac{1}{2x}\right)$의 그래프의 개형은? [3점]



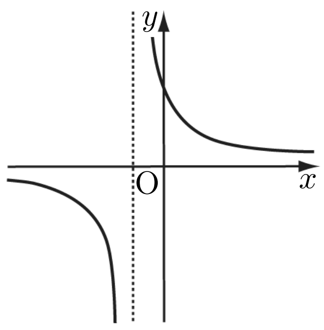
①



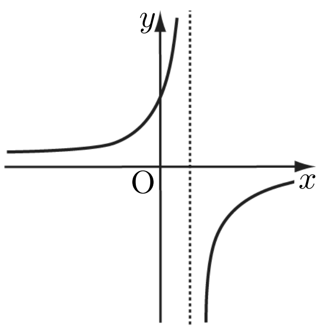
②



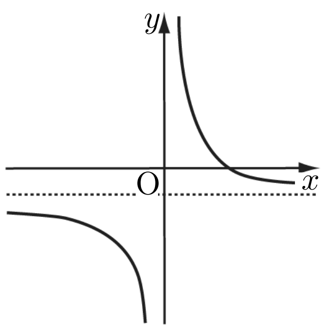
③



④



⑤



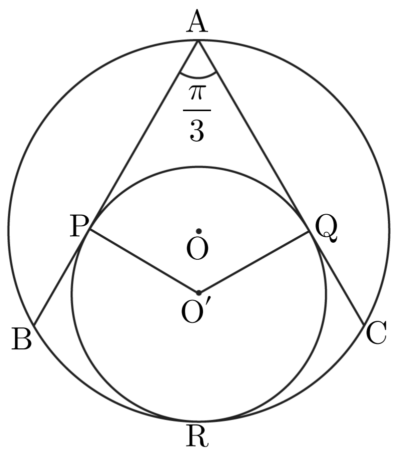
18. x에 대한 두 다항식 $x^2+2ax+5$와 $x^2+5x+2a$의 최대공약수를 $G(x)$, 최소공배수를 $L(x)$라 하자. $G(x)$가 일차식일 때, $\dfrac{L(x)}{G(x)}$는? [3점]

① x^2+x-20
② x^2+x-30
③ x^2+5x-6
④ x^2+6x-7
⑤ x^2+7x+6

19. 무리함수 $y=\sqrt{4x-3}+k$의 그래프와 이 함수의 역함수의 그래프가 두 점에서 만날 때, 교점 사이의 거리가 $2\sqrt{6}$이 되도록 하는 상수 k의 값은? [4점]

① $\dfrac{1}{8}$
② $\dfrac{1}{4}$
③ $\dfrac{3}{8}$
④ $\dfrac{1}{2}$
⑤ $\dfrac{5}{8}$

20. 반지름의 길이가 4인 원 O 위에 $\angle \mathrm{BAC} = \frac{\pi}{3}$를 만족시키는 세 점 A, B, C가 있다. $\overline{\mathrm{AB}}$와 $\overline{\mathrm{AC}}$에 모두 접하고 원 O에 내접하는 원 O$'$에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}}$와의 접점을 P, $\overline{\mathrm{AC}}$와의 접점을 Q, 원 O와의 접점을 R이라 하자. 세 점 A, O, O$'$이 한 직선 위에 있을 때, 호 PRQ의 길이는? [4점]



① $\frac{5}{3}\pi$

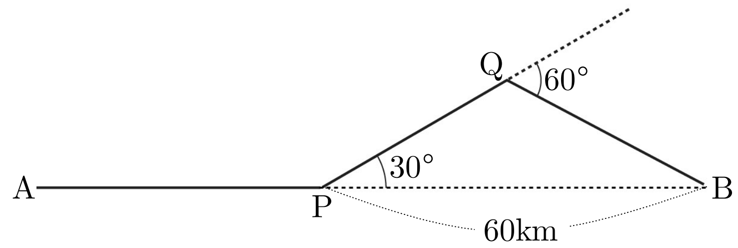
② $\frac{7}{3}\pi$

③ $\frac{25}{9}\pi$

④ $\frac{10}{3}\pi$

⑤ $\frac{32}{9}\pi$

21. 그림과 같이 선분 AP, 선분 PQ, 선분 QB를 연결하는 도로가 있다. P지점에서 B지점까지 직선 도로를 새로 건설하여 A지점에서 B지점까지 이동할 때, 단축되는 거리는 몇 km인가? (단, 직선 PQ와 직선 QB가 이루는 각은 $60°$이다.) [3점]



① $36\sqrt{3}-60$

② $38\sqrt{3}-60$

③ $40\sqrt{3}-60$

④ $42\sqrt{3}-60$

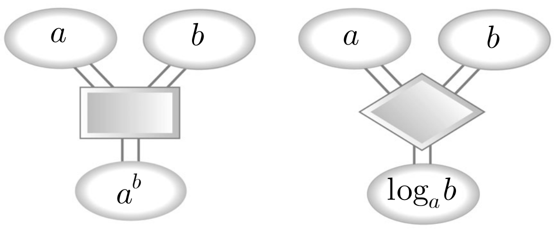
⑤ $44\sqrt{3}-60$

단답형

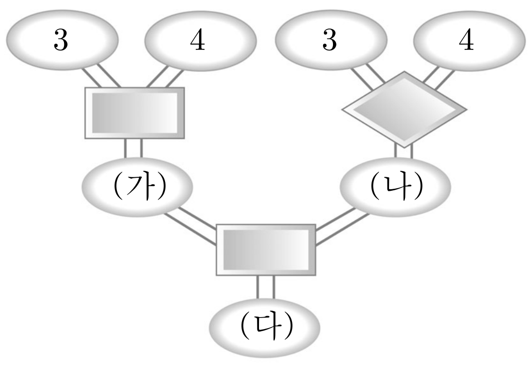
22. 이차함수 $y = x^2 - kx + 3$의 최소값이 -1일 때, k^2의 값을 구하시오. [3점]

23. $\log_{x-2}(8-x)$가 정의되기 위한 모든 정수 x값들의 합을 구하시오. [3점]

24. 그림과 같이 두 연산장치에 1이 아닌 두 양수 a, b를 입력하면 ▭는 a^b, ◇는 $\log_a b$가 각각 출력된다.



다음에서 (다)에 출력되는 값을 구하시오. [3점]



25. 좌표평면 위의 세 점 O(0, 0), A(a, -3), B(b, a)에 대하여 $\angle\mathrm{AOB}=90°$가 되도록 하는 b의 값을 구하시오. (단, $a\neq 0$) [3점]

26. 좌표평면에서 두 함수 $f(x)=x+a$와 $g(x)=-x+b$의 그래프의 교점을 P라 하자. 원점 O에서 점 P까지의 거리가 $2\sqrt{2}$가 되도록 하는 실수 a, b에 대하여, a^2+b^2의 값을 구하시오. [4점]

27. 주사위를 던져 나온 눈의 수 n에 따라 좌표평면 위의 원을 다음과 같은 규칙으로 이동한다.

> Ⅰ. n이 홀수이면 원을 x축의 방향으로 $n+1$만큼, y축의 방향으로 $2n$만큼 평행이동한다.
> Ⅱ. n이 짝수이면 원을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한다.

주사위를 세 번 던져 나온 눈의 수가 차례대로 4, 5, 2일 때, 이 순서에 따라 원 $x^2+y^2-2x-4y+4=0$을 이동하면 원 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$과 일치한다. 이 때, $A+B+C$의 값을 구하시오. [4점]

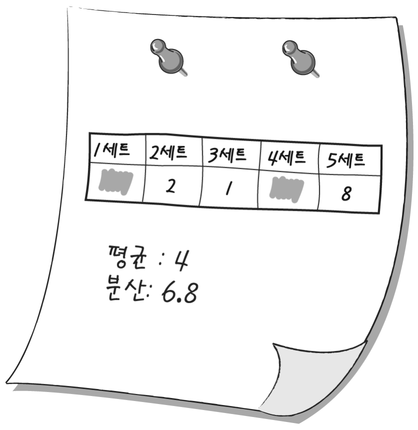
28. 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(-3,\ 2)$, $\mathrm{B}(6,\ 5)$, $\mathrm{C}(-1,\ 8)$을 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. 점 C를 지나고 삼각형 ABC의 넓이를 삼등분하는 두 직선의 기울기의 곱을 구하시오. [4점]

29. 좌표평면 위에서 연립부등식

$$\begin{cases} x(x-y) \geq 0 \\ x^2+y^2 \leq 16 \end{cases}$$

가 나타내는 영역의 넓이를 S라 할 때, $\dfrac{S}{\pi}$의 값을 구하시오. [4점]

30. 갑은 체육과목 농구 수행평가를 대비하여 1세트에 10개씩 5세트의 자유투 연습을 하고 난 후 성공한 횟수와 그 횟수의 평균 및 분산을 계산하여 종이에 적어 놓았다. 그런데 나중에 보니 1세트와 4세트의 성공한 횟수가 지워져 알아볼 수 없었다. 지워진 두 수를 찾아 두 수의 곱을 구하시오. [4점]



※ 확인사항

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.