1. 역 기구학 2. 역 기구학의 해 3. 3축이 한점에서 교차할 경우의 해 4. 역 기구학 예제

4.4 역기구학 예제

예제 1. 그림과 같은 SCARA 로봇의 역 기구학

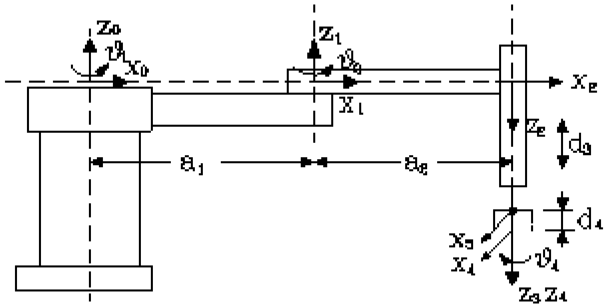

그림 4.4.1 SCARA 로보트의 좌표계

해) SCARA 로보트의 기구학으로부터 ${}^4_0H$를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} C_{12}C_4+S_{12}S_4 & S_{12}C_4-C_{12}S_4 & 0 & a_1C_1+a_2C_{12} \\ S_{12}C_4-C_{12}S_4 & -C_{12}C_4-S_{12}S_4 & 0 & a_1S_1+a_2S_{12} \\ 0 & 0 & -1 & d_3-d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & \mathrm{d} \\ & \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

여기서 $R = \begin{bmatrix} C\varphi & S\varphi & 0 \\ S\varphi & -C\varphi & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathrm{d} = [\, d_x\ d_y\ d_z]^T$ 이며 알려진 수이다.

여기서 구하려는 미지수는 θ_1, θ_2, θ_4, d_3이다.

만일 $r^2 = \dfrac{d_x^2+d_y^2-a_1^2-a_2^2}{2a_1a_2}$이면,

$\theta_2 = A\tan(\pm\sqrt{1-r^2},\ r)$가 되며,

$\theta_1 = A\tan(dx,\ dy) - A\tan(a_1+a_2C_2,\ a_2S_2)$

따라서

$\theta_4 = \theta_1+\theta_2-\alpha = \theta_1+\theta_2-A\tan(r_{12},\ r_{11})$이 된다.

마지막으로

$d_3 = d_2+d_4$ 로 나타내어 질수 있다. ▣

예제 2. PUMA 600 의 역기구학

해)　　① 그림 4.2.2에서 처럼 좌표계를 설정한다.

② 다음과 같은 링크 파라메터를 구한다.

표 4.4 링크 파라메터

관절 i	θ_i	α_i	a_i	d_i
1	θ_1	-90°	0	0
2	θ_2	0°	a_2	d_2
3	θ_3	90°	0	
4	θ_4	-90°	0	d_4
5	θ_5	90°	0	
6	0	0°	0	d_6

③ 위의 링크 파라메터를 식(3.4.3)에 대입하여, 인접한 링크 간의 동차변환 행렬을 구한다.

$$ {}^{1}_{0}H = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & C_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad {}^{2}_{1}H = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & a_2C_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & a_2S_2 \\ 0 & 0 & 1 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{3}_{2}H = \begin{bmatrix} C_3 & 0 & S_4 & 0 \\ S_4 & 0 & -C_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad {}^{4}_{3}H = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & -S_4 & 0 \\ S_4 & 0 & C_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{5}_{4}H = \begin{bmatrix} C_5 & 0 & S_5 & 0 \\ S_5 & 0 & -S_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad {}^{6}_{5}H = \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{6}_{0}H = {}^{1}_{0}H\,{}^{2}_{1}H\,{}^{3}_{2}H\,{}^{4}_{3}H\,{}^{5}_{4}H\,{}^{6}_{5}H $$

$({}^6_0H)_{11} = n_x = C_1[C_{23}(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_{23}S_5C_6] - S_1(S_4C_5C_6 + C_4S_6)$

$({}^6_0H)_{21} = n_y = S_1[C_{23}(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_{23}S_5C_6] - C_1(S_4C_5C_6 + C_4S_6)$

$({}^6_0H)_{31} = n_z = -S_{23}(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - C_{23}S_5C_6$

$({}^6_0H)_{12} = O_x = C_1[-C_{23}(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_{23}S_5C_6] - S_1(-S_4C_5C_6 + C_4S_6)$

$({}^6_0H)_{22} = O_y = S_1[-C_{23}(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_{23}S_5C_6] - C_1(-S_4C_5C_6 + C_4S_6)$

$({}^6_0H)_{32} = O_z = S_{23}(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_{23}S_5S_6$

$({}^6_0H)_{13} = a_x = C_1(C_{23}C_4S_5 - S_{23}C_5) - S_1S_4S_5$

$({}^6_0H)_{23} = a_y = S_1(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5) - C_1S_4S_5$

$({}^6_0H)_{33} = a_z = -C_{23}C_4S_5 + C_{23}C_5$

$({}^6_0H)_{14} = P_x = C_1[56.6(C_{23}C_4C_5 + S_{23}C_5) + 432S_{23} + 432C_2 - S_1(56.5S_4S_5 + 149.5)$

$({}^6_0H)_{24} = p_y = S_1[56.5(C_{23}C_4S_5 + S_{23}C_5) + 432S_{23} + 432C_2] + C_1(56.5S_4S_5 + 149.5)$

$({}^6_0H)_{34} = p_z = 56.5(C_{23}C_5 - S_{23}C_4S_5) + 432C_{23} - 432S_2$

$$p^* = p - d_6a$$

$$p^*_x = C_1(a_2C_2 + d_4S_{23}) - d_2S_1$$

$$p^*_y = S_1(a_2C_2 + d_4S_{23}) + d_2C_1$$

따라서

$$\theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{\pm p_y(p^* \cdot p^* - p_x^{*2} - d_2^2)^{\frac{1}{2}} - d_2 p_x^*}{\pm p_x(p^* \cdot p^* - p_x^{*2} - d_2^2)^{\frac{1}{2}} + d_2 p_x^*}\right)$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{-[p_z^*(a_z + d_4 S_3) + (d_4 C_3) \pm (p^* \cdot p^* - p_z^* - d_2^2)^{\frac{1}{2}}]}{P_z(d_4 C_3) - (a_2 + d_4 S_3)[\pm (p^* \cdot p^* - p_z^{*2} - d_2^2)^{\frac{1}{2}}]}\right)$$

$$C_1 a_y - S_1 a_x = S_4 S_5$$

$$C_1 C_{23} a_x + S_2 C_{23} a_y = C_{23} C_4 C_5 + C_{23} S_{23} C_5$$

$$C_1 C_{23} a_x + S_2 C_{23} a_y - S_{23} a_z = C_4 S_5$$

$$\theta_4 = \tan^{-1}\left(\frac{C_1 a_y - A_1 a_x}{C_1 C_{23} a_x + S_1 C_{23} a_y - S_{23} a_z}\right)$$

$$(C_1 C_{23} C_4 - S_1 S_4) a_x + (S_1 C_{23} C_4 + C_1 S_4) a_y - C_4 S_{23} a_z = S_5$$

$$C_1 S_{23} a_x + S_1 S_{23} a_y + C_{23} a_z = C_5$$

$$\theta_5 = \tan^{-1}\left(\frac{(C_1 C_{23} C_4 - S_1 S_4) a_x + (S_1 C_{23} C_4 + C_1 S_4) a_y - C_4 S_{23} a_z}{C_1 S_{23} a_x + S_1 S_{23} a_y + C_{23} a_z}\right)$$

$$(-S_1 C_4 - C_1 C_{23} S_4) n_x + (C_1 C_4 - S_1 C_{23} S_4) n_y + S_4 S_{23} n_z = S_6$$

$$(-S_1 C_4 - C_1 C_{23} S_4) o_x + (C_1 C_4 - S_1 C_{23} S_4) o_y + S_4 S_{23} o_z = C_6$$

$$\theta_6 = \tan^{-1}\left(\frac{(-S_1 C_4 - C_1 C_{23} S_4) n_x + (C_1 C_4 - S_1 C_{23} S_4) n_y + S_4 S_{23} n_z}{(-S_1 C_4 - C_1 C_{23} S_4) o_x + (C_1 C_4 - S_1 C_{23} S_4) o_y + S_4 S_{23} o_z}\right) ▣$$

참고문헌

1. M. Vukobratovic, and M. Kircanski, Kinematics and Trajectory Synthesis of Manipulation Robots, Springer-Verlag Co., 1986.
2. Carl Helmers, Robotics Age-Inthe Beginning Robotics Age Inc., 1983.
3. M. Vukobratovic, and V.Potkonjak, Dynamics of Manipulation Robots: Theory and Application, Springer-Verlag, 1982.