

# 수리 영역(나형)

제 2 교시

성명

수험번호

						3			
--	--	--	--	--	--	---	--	--	--

1

- 문제지에 성명과 수험 번호를 정확히 기입하시오.
- 답안지에 수험 번호, 선택 과목, 답을 표기할 때에는 반드시 ‘수험생 이 지켜야 할 일’에 따라 표기하시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1.  $9^x = 2$ 일 때,  $\left(\frac{1}{27}\right)^{-4x}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{64}$
- ②  $\frac{1}{16}$
- ③ 16
- ④ 64
- ⑤ 256

2.  $(\log_2 3 + \log_8 3)(\log_3 2 + \log_9 2)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$
- ②  $\frac{1}{2}$
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 3

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 2n} - 2n)$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ②  $\frac{1}{2}$
- ③  $\frac{1}{3}$
- ④  $\frac{1}{4}$
- ⑤ 0

4. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여  $\begin{cases} X+Y=A \\ X-Y=B \end{cases}$ 를 만족시키는 행렬  $X$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① 8
- ② 9
- ③ 10
- ④ 11
- ⑤ 12

# 2

## 수리 영역(나형)

5. 세 수  $A = \sqrt[3]{3}$ ,  $B = \sqrt{\sqrt{5}}$ ,  $C = \sqrt{\sqrt[3]{10}}$  의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? [3점]

- ①  $A < B < C$
- ②  $A < C < B$
- ③  $B < A < C$
- ④  $B < C < A$
- ⑤  $C < B < A$

6. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ b & 1 \end{pmatrix}$  에 대하여  $AB = BA$  가 성립할 때,  $a+b$  의 값은? (단,  $a, b$  는 상수이다.) [3점]

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

7.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n}{\left\{ \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{n}\right) \right\}^2}$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{4}$
- ②  $\frac{1}{2}$
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 4

8. 수열의 극한  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r^{n-1} - r + 2}{r^n + 1}$  ( $r \neq -1$ ) 에 대한 설명으로 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ.  $|r| > 1$  일 때, 발산한다.
- ㄴ.  $r = 1$  일 때, 극한값은 1이다.
- ㄷ.  $|r| < 1$  일 때, 극한값은  $2 - r$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 이차정사각행렬  $X, Y$ 에 대하여 연산  $\odot$ 를  $X \odot Y = XY + YX$ 로 정의하자. 연산  $\odot$ 에 대한 성질로 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면? (단,  $A, B, C$ 는 이차정사각행렬이다.) [3점]

< 보기 >

- ㄱ.  $A \odot B = B \odot A$
- ㄴ.  $pA \odot qB = pq(A \odot B)$  (단,  $p, q$ 는 실수이다.)
- ㄷ.  $(A+B) \odot C = (A \odot C) + (B \odot C)$

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. 함수  $f(x) = a^x$ 에 대한 설명으로 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면? (단,  $a > 1$ 이다.) [4점]

< 보기 >

- ㄱ.  $f(x) > 0$
- ㄴ.  $f(x) + f(-x) \geq 2$
- ㄷ.  $f(|x|) \geq \frac{1}{2}\{f(x) + f(-x)\}$

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$(n^2 - n + 1) + (n^2 - n + 3) + (n^2 - n + 5) + \dots + (n^2 + n - 3) + (n^2 + n - 1) = n^3$$

이 성립함을 수학적귀납법으로 증명한 것이다.

[증명]

(i)  $n = 1$ 일 때, (좌변) = 1, (우변) =  $1^3$ 이므로 성립한다.

(ii)  $n = k$ 일 때 성립한다고 가정하면

$$(k^2 - k + 1) + (k^2 - k + 3) + \dots + (k^2 + k - 1) = k^3$$

$n = k + 1$ 일 때

$$(k^2 + k + 1) + (k^2 + k + 3) + \dots + \boxed{\text{가}}$$

$$= (k^2 - k + 1) + (k^2 - k + 3) + \dots + (k^2 + k - 1)$$

$$+ \boxed{\text{나}} + \boxed{\text{가}}$$

$$= \boxed{\text{다}}$$

따라서  $n = k + 1$ 일 때도 성립한다.

그러므로 주어진 식은 모든 자연수  $n$ 에 대하여 성립한다.

이 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

(가)                      (나)                      (다)

- ①  $k^2 + 3k - 1$                $2k^2$                        $k^3 + 1$
- ②  $k^2 + 3k - 1$                $2(k^2 + 1)$                    $(k + 1)^3$
- ③  $k^2 + 3k - 1$                $2k(k + 1)$                    $k^3 + 1$
- ④  $k^2 + 3k + 1$                $2k^2$                        $(k + 1)^3$
- ⑤  $k^2 + 3k + 1$                $2k(k + 1)$                    $(k + 1)^3$

12. 연립일차방정식  $\begin{cases} a(a+2)x - y = 0 \\ (b+1)^2x + y = 0 \end{cases}$ 이  $x = 0, y = 0$ 이외의 해를

가질 때, 점  $(a, b)$ 가 나타내는 도형의 길이는? [3점]

- ①  $\pi$
- ②  $2\pi$
- ③  $4\pi$
- ④  $6\pi$
- ⑤  $8\pi$

# 4

## 수리 영역(나형)

13. 그림과 같이 모든 자연수를 1부터 차례대로 나열하였다.  
3의 배수와 4의 배수를 제외하고 남아 있는 수를 크기순으로 나열하여 수열  $\{a_n\}$ 을 만들었다.

1, 2, 5, 7, 10, 11, 13, 14, ...

그림에서  $a_{2007}$ 이  $i$ 행  $j$ 열의 수일 때,  $i+j$ 의 값은? [4점]

	제1열	제2열	제3열	제4열	제5열	제6열	제7열	제8열	제9열	제10열
제1행	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
제2행	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
제3행	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
제4행	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
제5행	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
제6행	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

- ① 405
- ② 407
- ③ 409
- ④ 411
- ⑤ 413

14. 다음 알고리즘을 실행시켰을 때, 인쇄되는  $S$ 의 값은? [3점]

<1단계>  $A=0, N=1, S=0$ 으로 놓는다.  
 <2단계>  $N+1$ 의 값을  $N$ 으로 놓는다.  
 <3단계>  $A+2$ 의 값을  $A$ 로 놓는다.  
 <4단계>  $S+A$ 의 값을  $S$ 로 놓는다.  
 <5단계>  $N \geq 15$ 이면 <6단계>로 가고,  
 $N < 15$ 이면 <2단계>로 간다.  
 <6단계>  $S$ 를 인쇄한다.

- ① 182
- ② 196
- ③ 210
- ④ 225
- ⑤ 240

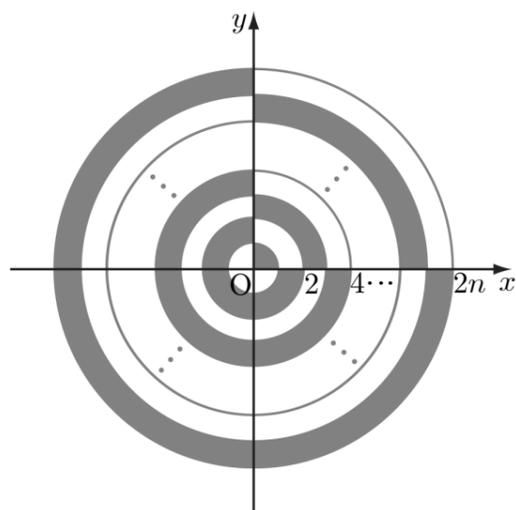
15. 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1, 2, 3, ...,  $2n$ 인 동심원이 있다.

<1단계> 반지름의 길이가 1인 원 내부의 1사분면에 검은색을 칠하고, 반지름의 길이가 1인 원과 반지름의 길이가 2인 원 사이의 2, 3, 4사분면에도 검은색을 칠한다.

<2단계> 반지름의 길이가 2인 원과 반지름의 길이가 3인 원 사이의 1사분면에 검은색을 칠하고, 반지름의 길이가 3인 원과 반지름의 길이가 4인 원 사이의 2, 3, 4사분면에도 검은색을 칠한다.

⋮

< $n$ 단계> 반지름의 길이가  $2n-2$ 인 원과 반지름의 길이가  $2n-1$ 인 원 사이의 1사분면에 검은색을 칠하고, 반지름의 길이가  $2n-1$ 인 원과 반지름의 길이가  $2n$ 인 원 사이의 2, 3, 4사분면에도 검은색을 칠한다.



이와 같이  $n$ 단계까지 검은색으로 칠한 넓이의 합을  $S_n$ 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^2}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{3}{4}\pi$
- ②  $\pi$
- ③  $\frac{4}{3}\pi$
- ④  $\frac{3}{2}\pi$
- ⑤  $2\pi$

16. 첫째항이 2이고 공차가  $d(d > 0)$ 인 등차수열이 있다.  
 다음은 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합과 제  $n+1$  항부터 제  $3n$  항까지의 합의 비가  $n$ 에 관계없이 항상 일정할 때, 공차  $d$ 를 구하는 과정이다.

첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을  $S_n$ 이라 하면

$$S_n = \frac{n}{2} \{4 + (n-1)d\}, S_{3n} = \frac{3n}{2} \{4 + (3n-1)d\} \text{이므로}$$

$$S_{3n} - S_n = \frac{n}{2} \{ \text{ (가) } \} \text{이다.}$$

$$\frac{S_n}{S_{3n} - S_n} = \frac{4 + nd - d}{\{ \text{ (가) } \}} = k \text{ (일정)라 하자.}$$

$$\{ \text{ (나) } \} n + (4 - d - 8k + 2dk) = 0 \text{이}$$

자연수  $n$ 에 관계없이 항상 성립하므로

$$\text{ (나) } = 0 \text{이고 } 4 - d - 8k + 2dk = 0 \text{이다.}$$

$$d > 0 \text{이므로 } k = \frac{1}{8} \text{이고 } d = \text{ (다) } \text{이다.}$$

이 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것은? [4점]

	(가)	(나)	(다)
①	$8 + (8n - 2)d$	$(1 - 8k)d$	4
②	$8 + (8n - 2)d$	$(1 + 8k)d$	$\frac{1}{4}$
③	$8 + (8n - 2)d$	$(1 - 8k)d$	$\frac{1}{4}$
④	$8 + (8n + 4)d$	$(1 + 8k)d$	$\frac{1}{4}$
⑤	$8 + (8n + 4)d$	$(1 - 8k)d$	4

17. 시간이 지남에 따라 일정한 비율로 늘어나는 두 종류의 세균 A, B가 있다. A는 3시간이 지날 때마다 그 수가 2배로 늘어나고, B는 5시간이 지날 때마다 3배로 늘어난다. A세균 100마리와 B세균 1000마리를 동시에 배양하기 시작하였을 때, A의 수가 B의 수 이상이 되도록 배양하는데 걸리는 최소의 시간은? (단,  $\log_{10} 2 = 0.30, \log_{10} 3 = 0.48$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 250
- ② 270
- ③ 290
- ④ 310
- ⑤ 330

단답형

18. 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$ 이고 행렬 B가  $AB = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 을 만족시킬 때,  $A+B$ 의 모든 성분의 합을 구하시오. [3점]

## 6

## 수리 영역(나형)

19.  $-2 \leq x \leq 4$ 일 때, 지수함수  $y = 3^{x^2 - 4x - 3}$ 의 최대값과 최소값의 곱을 구하시오. [3점]

21. 삼차방정식  $x^3 + 3x^2 - 6x - k = 0$ 의 세 근이 등차수열을 이룰 때, 상수  $k$ 의 값을 구하시오. [4점]

20. 이차방정식  $x^2 - 8x + 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하자.

$\log_2\left(\alpha + \frac{4}{\beta}\right) + \log_2\left(\beta + \frac{4}{\alpha}\right) = k$ 일 때,  $2^k$ 의 값을 구하시오. [3점]

22. 로그방정식  $(\log_5 x)^2 - \log_5 x^3 + 2 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이  $S_n = n^2$ 일 때,

$$\sum_{k=1}^{100} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{n}{m}$$

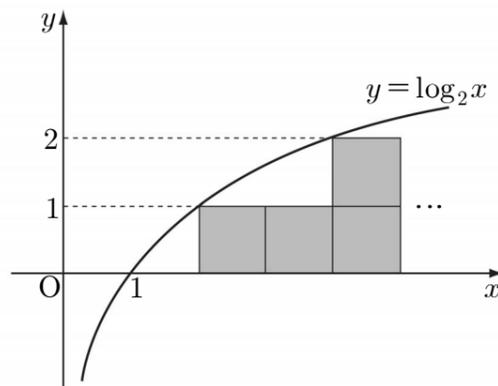
을 만족시키는 자연수  $m, n$ 에 대하여  $m+n$ 의 값을 구하시오. (단,  $m, n$ 은 서로소이다.) [4점]

24. 다음과 같이 정의된 수열  $\{a_n\}$ 이 있다.

$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + 4 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 그림과 같이  $y = \log_2 x$ ,  $x = 30$ ,  $y = 0$ 으로 둘러싸인 영역에 한 변의 길이가 1인 정사각형을 서로 겹치지 않게 그리려고 한다. 이 때, 그릴 수 있는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 최대 개수를 구하시오. (단, 정사각형의 각 변은  $x$ 축,  $y$ 축에 평행하다.) [4점]



### 5지선다형

26. 지수부등식  $\frac{1}{4^x} - \frac{1}{2^{x-1}} - 8 \leq 0$ 의 해는? [3점]

- ①  $x \leq -4$
- ②  $x \geq -4$
- ③  $x \geq -2$
- ④  $-4 \leq x \leq 2$
- ⑤  $-4 \leq x \leq -2$

27. 다음 <보기> 의 무한급수 중 수렴하는 것을 모두 고르면? [3점]

< 보기 >

ㄱ.  $1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \dots$

ㄴ.  $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \dots$

ㄷ.  $\frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{6}} + \dots$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. 이차정사각행렬  $A$ 의  $(i, j)$  성분을  $a_{ij} = \sin\left\{\frac{(i+j)}{2}\pi + \theta\right\}$ 로 정의하자. 행렬  $A$ 의 모든 성분의 합이 1일 때,  $\theta$ 의 값은?  
(단,  $0 \leq \theta \leq \pi$ 이다.) [4점]

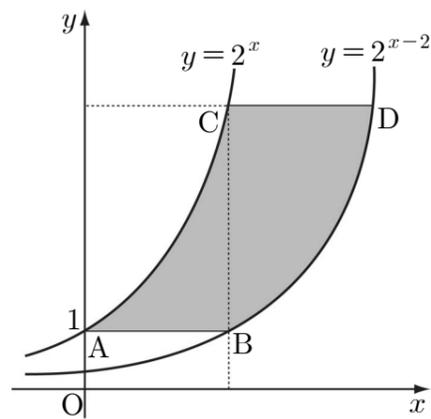
- ①  $\frac{\pi}{6}$
- ②  $\frac{\pi}{3}$
- ③  $\frac{\pi}{2}$
- ④  $\frac{2}{3}\pi$
- ⑤  $\frac{3}{4}\pi$

29. 가격이 200만원인 TV를 이 달 초에 구입하여 100만원은 일시불로 지불하고, 나머지 100만원은 이 달 말부터 매월 말에 일정한 금액으로  $n$ 회에 걸쳐 모두 갚으려고 한다. 매월 말에 갚아야 할 금액을 구하는 식으로 옳은 것은? (단, 월이율은 1%의 복리로 계산하고, 단위는 만원이다.) [4점]

- ①  $\frac{1.01^{n-1}}{1.01^n - 1}$
- ②  $\frac{1.01^n - 1}{1.01^{n-1}}$
- ③  $\frac{1.01^n}{1.01^{n-1} - 1}$
- ④  $\frac{1.01^n - 1}{1.01^n}$
- ⑤  $\frac{1.01^n}{1.01^n - 1}$

**단답형**

30. 다음은 지수함수  $y=2^x$ 과  $y=2^{x-2}$ 의 그래프이다. 두 선분 AB, CD와 두 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S$ 라 할 때,  $S$ 의 값을 구하시오. (단, 점선은  $x$ 축 또는  $y$ 축과 평행하다.) [4점]



**※ 확인사항**

○ 문제지와 답안지의 해당란을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.