

기계요소

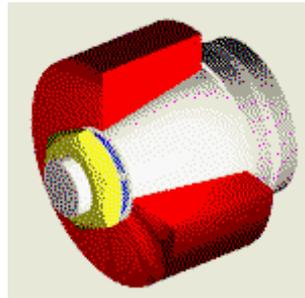
축 체결요소

1. 축체결요소의 종류

전달하기 위해 사용되는 체결요소이다. 이러한 요소는 회전력의 작용으로 인한 접촉부의 변형 및 파괴가 없어야 한다.

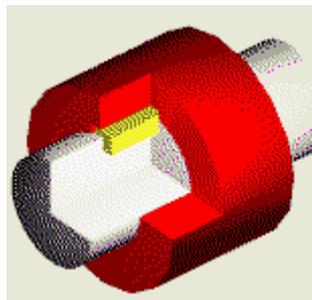
축체결요소로 사용되는 기계요소를 살펴보면 다음과 같다.

가. 마찰력을 이용한 결합

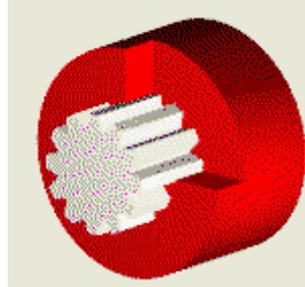


나. 보조 요소를 이용한 결합

- 키, 핀 등



- 다. 치형을 이용한 결합
 - 스플라인



2. 마찰력 이용한 축 체결요소

압력을 이용한 이음은 결합된 축과 구멍의 직경 차이로 인해 발생한 압력에 의해 접촉부에 작용하는 마찰력을 이용한 것으로, 원통형 또는 원추형 이음 요소의 접촉면에 발생한 압력에 의해 결합되며 다음과 같은 방법중의 하나로 결합된다.

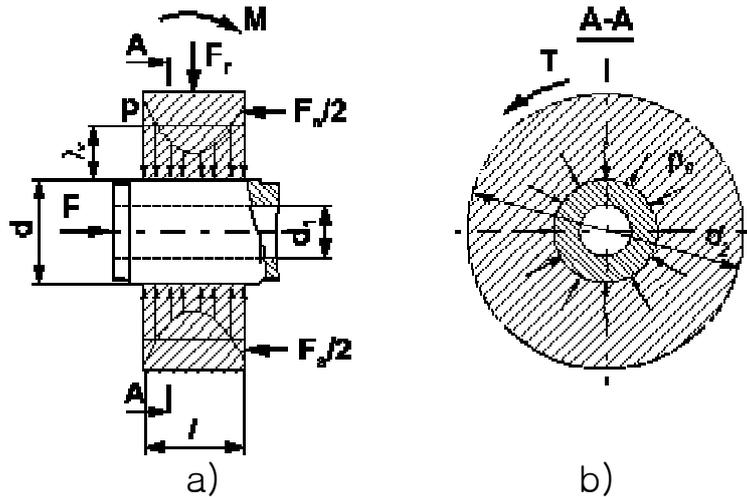
- 압력에 의한 압착
- 요소 중의 하나를 가열 또는 냉각
- 수압(water pressure) 즉, 가압력을 감소시키기 위하여 압력하에서 접촉영역에 오일을 공급함

압력이 발생하는 이음은 반 분해 가능한 이음(half-demountable joints)에 속한다. 이러한 유형의 이음은 부품이 부분적으로 파손되었을 경우 분해할 수 있다. 이음부에 작용하는 어떠한 유형의 하중도 역학적인 법칙을 이용하여 다음과 같은 4가지 형태의 축 대칭점에 작용하는 힘으로 분해할 수 있다.

- 회전 축 방향에 작용하는 축 방향의 결과력
- 토크의 결과력 T
- 총 반경방향의 힘 F_r

· 총 굽힘 모멘트 M

<그림 2.1> a), b)는 이음부에 임의의 하중이 작용할 때 분해된 힘의 분포에 대한 예를 나타낸 것으로, <그림 2.1> a)는 인장으로 인해 접촉면에 발생한 압력 F 의 분포 곡선을 탄성론적 방법으로 작성하여 도시한 것이다.



<그림 2.1>

(1) 이동하지 않을 조건을 이용한 압력 이음부의 해석

압력을 이용한 이음의 전동능력은 하중의 크기 및 하중의 특성에 의해 결정된다. 예를 들어 축 방향으로 힘(axial force)이 작용하면 압력이 충분하지 않아 접촉면이 이동하게 될 것이다. 그러나 이음부에서 접촉면의 이동은 허용되지 않으므로 이음부의 전동능력 해석기준은 이음부가 이동하지 않을 조건(criterion of shift absence)이다. 이러한 기준은 토크가 작용할 경우에도 적용된다.

이동하지 않을 조건으로 해석한 압력 이음의 예로 <그림 2.2>와 같이 두 원통 요소가 접촉하는 것에 대하여 고찰해 보자. 이음부의 접촉요소가 이동하지 않으려면 접촉면의 마찰력이 이음부의 이동을 유발하는 하중보다 커야 하므로 마찰력 F_f 는 다음 공식으로 구할 수 있다.

$$F_f = \int_A p f dA \quad (2.1)$$

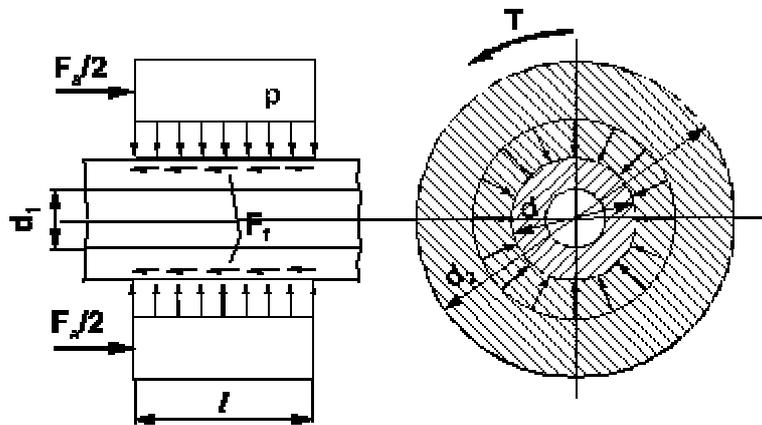
여기서 F 는 접촉면의 압력, dA 와 A 는 각각 요소부분의 면적과 접촉면의 전체면적이며 f 는 접촉면의 마찰 계수이다.

위의 식은 접촉 점에서의 압력이 일정하다고 가정하였으므로 다음과 같은 두 가지 사항에 대하여 세부적으로 고려해야 한다. 하나는 큰 인장을 유발하는 실제적인 압력의 분포선도는 일정하지 않고 약간 변한다는 것이고, 다른 하나는 압력분포의 해석은 실제적으로 수행하기 어려운 수치적인 방법을 요구한다는 것이다.

따라서 인장으로 인해 접촉면에 생성된 압력 F 가 일정하다고 가정하면 식 (2.1)의 적분 값은 다음과 같다.

$$F_f = p f \pi d l \quad (2.2)$$

여기서 d 와 l 은 각각 원통면의 직경과 축 방향 접촉면의 길이이다.



<그림 2.2>

축 방향의 힘(axial force) F_a 가 작용할 경우 식 (2.2)를 이용하면 이동하지 않을 조건(condition of shift absence)은 다음과 같다.

$$F_f = p f \pi d l \geq F_a$$

따라서

$$p \geq \frac{F_a K_s}{\pi d l f} = P_0 \quad (2.3)$$

여기서 P_0 는 외력이 작용 후 조립된 부품의 상대 소성변형이 없을 때의 최대 허용 압력이고, K_s 는 맞물림 안전 계수이다. 이음부에 토크 T 가 작용하면 이동하지 않을 조건은 다음과 같다.

$$p \pi d l f \frac{d}{2} \geq T$$

또는

$$p \geq \frac{2TK_s}{\pi d^2 l f} = P_s \quad (2.4)$$

축 방향 힘 F_a 와 토크 T 가 작용할 때 이동하지 않을 조건은 축 방향의 유효 힘(axial force) F_s 가 작용할 때와 동일한 방법으로 해석할 것을 권장한다. 여기서 축 방향의 힘은 다음과 같이 외부에서 작용하는 축 방향 힘 F_a 와 비틀림 방향의 힘 F_t (토크로부터)의 벡터 합으로 구할 수 있다.

$$F_s = \sqrt{(F_a)^2 + (F_t)^2}, \quad F_t = \frac{2T}{d}$$

따라서 접촉면에서의 최대 허용압력은 다음과 같다.

$$P_0 = \frac{F_s K_s}{\pi d l f} \quad (2.5)$$

부등식 (2.3) - (2.4)으로부터 주어진 재료와 기하학적 형상에 대한 압력 이음의 전동능력은 마찰계수 f 와 정비례하므로 해석결과는 여러 관점에서 선택된 마찰계수에 큰 영향을 받는다. 그 외에도 마찰계수 f 는 다음과 같은 여러 인자에 의해 영향을 받으므로 마찰계수를 선정하는 것은 매우 어려운 일이다.

- 조립기술
- 재료

- 표면처리 정도 및 형상오류 정도
- 접촉면의 압력
- 표면의 윤활정도

압력 이음을 해석할 때 일반적으로 평균 마찰계수가 사용되며 마찰계수 f 는 표 2.1의 데이터를 이용하여 결정할 수 있다. <표 2.1>에 주어진 마찰계수는 강으로 제작된 축과 접촉할 경우에 대한 값이다.

<표 2.1> 간섭 맞춤에서의 평균 마찰계수

조립방법	강	선철	Al-Mg 합금	황동	플라스 틱
기계적 방법	0.06~0. 13	0.07~0. 12	0.02~0. 06	0.05~0. 10	0.6~0. 5
열적 방법	0.14~0. 16	0.07~0. 09	0.05~0. 06	0.05~0. 14	-

실제 압력은 축 길이에 따라 변하므로 계산에 오차가 발생하는데, 압력분포의 불균일성은 근본적으로 접촉길이, 이음부에서의 요소의 형상 및 접촉면의 형상 오류에 의한 것이다. 압력이음의 해석에서 이러한 인자를 모두 고려한다는 것은 매우 어려운 일이며 일반적으로 적용하고 있는 가정(<그림 2.1>에 주어진 탄성론적 방법으로 구한 일정한 압력분포)의 범위 내에서는 이러한 인자의 영향을 고려할 수 없다.

위에서 기술한 해석상의 전체 오류는 정적 하중일 경우 정확한 맞물림 안전계수의 사용으로 보상될 수 있으며, 이 계수는 다음과 같은 범위 내에서 사용할 수 있다.

$$K_s = 1.2 \sim 1.4$$

가변 하중이 작용할 경우 마찰계수 f 는 가변하중에 의한 이음부의 작용압력이 시간과 더불어 악화 된다는 사실을

고려하여 선택해야 한다. 이것은 가변응력의 특성으로 인해 접촉부의 압력이 재분포 되어 결국 압력이 감소하기 때문이다. 현재까지 접촉부의 피로현상에 대한 세부적인 연구결과가 없으므로 가변하중에 대하여 계산한 마찰계수의 약 30~40%를 감소할 것을 권장하며, 가변하중이 작용하는 동안 압력이 약화되므로 보다 신뢰성 있는 고정방법을 사용할 것을 권장한다. 다음은 회전요소의 맞춤 방법을 선택하는 문제에 대하여 고찰해보자. 앞에서 이미 언급한 바와 같이 이음부에 요구되는 접촉압력은 축과 구멍의 직경차로 인한 압력으로 주어져야 하며, 두개의 후벽(thick walls) 원통의 접촉으로 인한 인장과 결합 압력에 대한 관계식으로 여기에서 적용된 기호를 사용하면 다음과 같다.

$$p_o = \frac{\delta_c}{d(C_{01}/E_1 + C_{02}/E_2)} \quad (2.6)$$

여기서 δ_c 는 이론 신장량(computational tension), E_1, E_2 는 두 결합 요소의 탄성계수, C_{01}, C_{02} 는 형상과 재료의 기계적 특성에 대한 상수로 다음과 같은 공식으로 구한다.

$$C_{01} = (d^2 + d_1^2)/(d^2 - d_1^2) - \mu_1$$

$$C_{02} = (d_2^2 + d^2)/(d_2^2 - d^2) + \mu_2$$

이론 신장량 δ_c 외에 측정 신장량 δ_i 의 개념을 세부 고려사항으로 도입하였다. 이 개념의 물리적 의미는 어떠한 가공표면도 표면처리 정도에 따라 결정되는 높이의 미세한 표면조도를 가진 면으로 되어 있다는 것으로, R_a 는 표면조도를 평가하는 수치적 특성이다. 오류 층(error layer : 연속조건을 만족시키지 못하는 피상적인 표면 층)의 전동능력은 실제재료의 전동능력보다 훨씬 작기 때문에 측정된 신장량은 표면조도의 수정 계수로 변환되어야 하며, 측정된 신장량 δ_i 는 이론적 신장량 δ_c 와 이론적 표면조도의 수정계수 μ 의 합으로 나타낸다.

$$\delta_i = \delta_c + u \quad (2.7)$$

표면조도 수정계수 u 는 다음 공식을 이용하여 결정할 것을 권장한다.

$$u = 5.5(Ra_1 + Ra_2) \quad (2.8)$$

여기서 Ra_1 와 Ra_2 는 결합면의 거칠기 곡선에 대한 평균 산술 편차를 나타내며, 압력을 이용한 회전 요소이음의 정적강도는 측정된 신장량을 이용하여 해석한다.

여기서는 최대하중이 작용하는 점들의 상당응력 σ_{s1} 과 σ_{s2} 가 결합요소의 재료에 대한 항복강도 σ_{r1} 과 σ_{r2} 를 초과하지 않으면 두 결합요소의 강도는 충분하다고 간주한다. 따라서 축(shaft)의 강도조건은 다음과 같다.

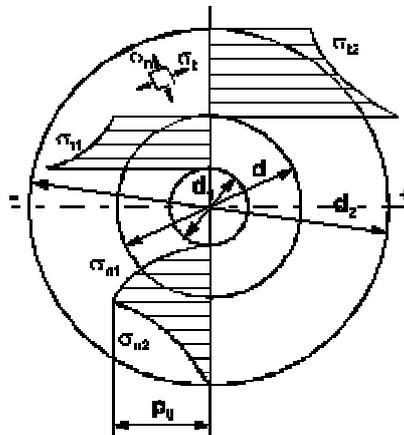
$$\sigma_{s1} \leq \sigma_{r1} \quad (2.9)$$

또한 구멍이 있는 요소의 강도조건은 다음과 같다.

$$\sigma_{s2} \leq \sigma_{r2} \quad (2.10)$$

<그림 2.3>으로부터 결합된 요소의 응력선도는 구멍을 가진 요소의 내면에서 최대 응력이 발생한다는 것을 알 수 있으며, 최대 상당응력은 다음과 같다.

$$\sigma_{s2} = \sigma_t - \sigma_x = \frac{2p_o}{1 - (d/d_2)^2}$$



<그림 2.3>

식 (2.10)의 강도조건은 다음과 같은 부등식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{2p_0}{1-(d/d_2)^2} \leq \sigma_{r2} \quad (2.11)$$

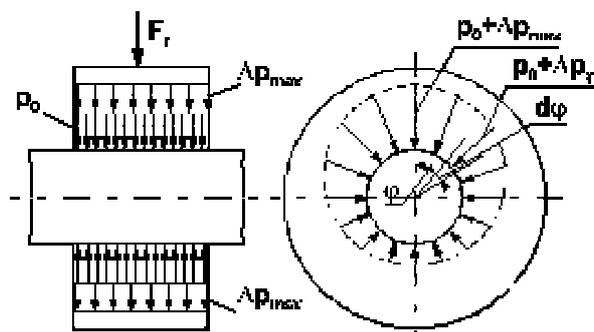
축에 발생하는 응력은 결합요소에 대한 응력보다 작으며, 더욱이 축은 다른 결합요소보다 더 강한 재질로 만들어 졌으므로 대부분의 경우 축에 대한 강도 해석은 하지 않는다.

(2) 개방되지 않을 조건을 이용한 압력 이음부의 해석

압력이음의 해석에 필요한 중요한 기준은 결합부가 개방되지 않을 조건(condition of butt unopening)이다. 반경방향의 힘과 굽힘 모멘트 형태의 하중에 의해 압력 이음부에 틈새가 생길 수 있다. 이러한 현상은 압력이음에서 허용되지 않으므로 틈새가 생기지 않을 최대 압력 P_0 를 결정하는 것은 중요한 일이다. 이와 같이 결합부가 개방되지 않을 조건에 대한 해석은 반경방향의 힘 F_r 이 작용할 경우와 굽힘모멘트 M 에 의해 하중이 작용하는 경우로 분리하여 해석해야 하며, 복합 하중 조건하에서 원하는 해석결과는 분리된 성분의 합이라고 판명되었다.

■ 반경방향의 하중이 작용하는 경우

<그림 2.4>는 가변하중을 고려하여 해석한 것을 나타낸 것이다.



<그림 2.4>

축 방향의 힘(axial force) F_a 가 작용할 경우 식 (2.2)를 이용하면 이동하지 않을 조건(condition of shift absence)은 다음과 같다.

$$F_f = p f \pi d l \geq F_a$$

따라서

$$p \geq \frac{F_a K_s}{\pi d l f} = p_0 \quad (2.3)$$

여기서 P_0 는 외력이 작용 후 조립된 부품의 상대 소성변형이 없을 때의 최대 허용 압력이고, K_s 는 맞물림 안전 계수이다. 이음부에 토크 T 가 작용하면 이동하지 않을 조건은 다음과 같다.

$$p \pi d l f \frac{d}{2} \geq T$$

또는

$$p \geq \frac{2TK_s}{\pi d^2 l f} = p_0 \quad (2.4)$$

축 방향 힘 F_a 와 토크 T 가 작용할 때 이동하지 않을 조건은 축 방향의 유효 힘(axial force) F_s 가 작용할 때와 동일한 방법으로 해석할 것을 권장한다. 여기서 축 방향의 힘은 다음과 같이 외부에서 작용하는 축 방향 힘 F_a 와 비틀림 방향의 힘 F_t (토크로부터)의 벡터 합으로 구할 수 있다.

$$F_s = \sqrt{(F_a)^2 + (F_t)^2}, \quad F_t = \frac{2T}{d}$$

따라서 접촉면에서의 최대 허용압력은 다음과 같다.

$$p_0 = \frac{F_s K_s}{\pi d l f} \quad (1.5)$$

부등식 (2.3) - (2.4)으로부터 주어진 재료와 기하학적 형상에 대한 압력 이음의 전동능력은 마찰계수 f 와 정비례하므로 해석결과는 여러 관점에서 선택된 마찰계수에 큰 영향을 받는다. 그 외에도 마찰계수 f 는 다음과 같은 여러 인자에 의해 영향을 받으므로 마찰계수를 선정하는 것은 매우 어려운 일이다.

- 조립기술
- 재료
- 표면처리 정도 및 형상오류 정도
- 접촉면의 압력
- 표면의 윤활정도

압력 이음을 해석할 때 일반적으로 평균 마찰계수가 사용되며 마찰계수 f 는 <표 2.1>의 데이터를 이용하여 결정할 수 있다. <표 2.1>에 주어진 마찰계수는 강으로 제작된 축과 접촉할 경우에 대한 값이다.

하중 F_r 을 가하면 접촉영역의 압력이 재 분포되며, 평형 방정식을 이용하면 접촉부에 있는 A 면의 압력분포 특성을 구할 수 있다. 압력분포 특성을 구하기 위하여 각도 $d\varphi$ 에 대한 요소면적을 각도 φ 내에서 선택하면, 요소면적에 대한 압력은 Δp_r 이다. 요소면적에 작용하는 법선력을 하중 작용방향으로 투영하면 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$F_r = \int_A \Delta p_r \frac{d}{2} l \cos \varphi d\varphi \quad (2.12)$$

제조상의 오류를 무시하고 결합된 요소가 완전한 강체라고 가정하면 접촉원호에 대한 압력분포는 다음과 같이 코사인 법칙으로 나타낼 수 있다.

$$\Delta p_r = \Delta p_{max} \cos \varphi \quad (2.13)$$

여기서 Δp_{max} 는 최대 하중이 작용하는 곳의 압력으로 식 (2.13)을 식 (2.12)에 대입하면 다음과 같다.

$$F_r = 4\Delta p_{\max} \frac{dl}{2} \int_0^{\pi/2} \cos^2 \varphi d\varphi \quad (2.14)$$

식 (2.14)에서 우변을 적분하고 Δp_{\max} 에 대하여 방정식을 풀면 다음과 같이 최대 압력 Δp_{\max} 와 현재 압력 Δp_r 를 구할 수 있다.

$$\Delta p_{\max} = \frac{2F_r}{\pi dl}, \quad \Delta p_r = \frac{2F_r \cos \varphi}{\pi dl} \quad (2.15)$$

식 (2.15)로부터 압력에 의한 원통이음에 반경방향의 하중이 작용할 경우 개방되지 않을 조건에 대한 최종식은 다음과 같다

$$\Delta p_{\max} = \Delta p_r = \frac{2F_r}{\pi dl} \leq p_0 \quad (2.16)$$

압력 이음에서 틈새가 발생하지 않을 초기압력 P_0 는 식 (2.16)으로부터 구할 수 있다.

■ 굽힘모멘트가 작용할 경우

<그림 2.5>와 같이 굽힘모멘트가 작용할 경우 단위압력은 길이 방향을 따라 선형으로 분포하였다고 가정할 수 있다. 거리가 x 만큼 떨어진 곳에서 각도 φ 내에 있는 크기가 $dx d\varphi$ 인 단위면적에 작용하는 압력을 Δp_{xp} 라 하면 해당 면적으로부터 요소모멘트 dM_i 는 다음과 같이 구할 수 있다.

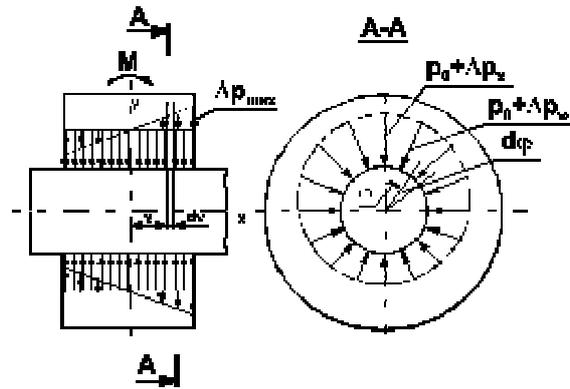
$$dM_i = \Delta p_{xp} \frac{d}{2} x \cos \varphi dx d\varphi \quad (2.17)$$

접촉면 전체의 모멘트는 식 (2.17)를 적분하여 구할 수 있다.

$$M = 8 \int_0^{l/2} \int_0^{\pi/2} \Delta p_{xp} \frac{d}{2} x \cos \varphi d\varphi dx \quad (2.18)$$

Δp_{xp} 는 최대 압력을 이용하여 나타낼 수 있으며, 길이에 대한 압력의 선형 분포특성을 고려하면 $\Delta p_x = \Delta p_{max} \frac{2x}{l}$ 이고, 원호에 대한 식 (2.13)의 코사인 분포는 다음과 같다.

$$\Delta p_{xp} = \Delta p_{max} \frac{2x}{l} \cos \varphi \quad (2.19)$$



<그림 2.5>

식 (2.18)에 식 (2.19)를 대입하면 다음과 같다.

$$M = 8 \int_0^{l/2} \int_0^{\pi/2} \Delta p_{max} \frac{dx^2}{l} \cos^2 \varphi d\varphi dx \quad (2.20)$$

식 (2.20)을 적분하고 Δp_{max} 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\Delta p_{max} = \frac{12M}{\pi d l^2} \equiv \Delta p_M \quad (2.21)$$

힘과 모멘트가 동시에 작용할 경우 중첩의 원리를 이용하면 다음과 같이 개방되지 않을 조건을 구할 수 있다.

$$p_0 - \Delta p_F - \Delta p_M \geq 0 \quad (2.22)$$

또는

$$p_0 \geq \left[\frac{2F_r}{\pi dl} + \frac{12M}{\pi dl^2} \right] K_s \quad (2.23)$$

여기서 P_0 는 하중이 작용한 후 가장 먼 곳의 모든 점에서 법선압력이 작용할 수 있는 초기 압력이고, K_s 는 개방되지 않을 안전 계수로 $K_s = 1.1 \sim 1.2$ 범위의 값으로 사용할 것을 권장한다. 요약하면, 이동이 없고 개방되지 않을 조건과 계산된 압력을 비교하여 해석기준을 선택할 수 있으며, 계산으로부터 구한 최대압력을 이용하여 최종적으로 해석한다.

원통이음 외에도 원추이음도 가능하며 원추이음에서는 원추 각이 작을 경우 원추의 평균직경과 동일한 상당 원통이음으로 대체할 수 있다. 이 경우 원추이음은 원통이음과 동일한 방법으로 해석할 수 있다. 이 문제에 대한 이러한 접근은 원추형의 모서리가 작다고 간주할 때 성립한다.