

보충자료

- + google에서 smith chart, SwR 및 마이크로파공학 검색
 - <http://www.rfdh.com>
 - <http://www.wikipedia.org>

스미스차트는 왜 쓰는가?

스미스 차트.. 대체 이걸 뭐길래 RF에서 시도 때도 없이 나오는 걸까요?

우선 복소 신호체계 자체의 개념적인 이해는 이전의 복소수 신호란 대체 무슨 뜻?에서 보셨으리라 생각합니다. 그리고 RF 관점에서의 L과 C 섹션도 보셨겠지요? 스미스차트는 L, C 그리고 복소수 개념을 잘 이해하면 여러모로 쉬운 녀석입니다. 아직까지 스미스차트를 정복하지 못하시어 아리까리하신 분이라면, 이제 본 강의 시리즈를 주목해주시기 바랍니다. ^^

우선, 이 단원에서는 스미스차트를 왜 써야 하는가에 대한 원론적인 물음에서 시작합니다.

● 스미스 차트는 왜 어려운가?

스미스 차트는 실제로 어렵지 않습니다! 그럼 왜 어렵게 느껴질까요?

사용법을 정확히 몰라서일 것입니다

알면 쉽다! 익숙해지자!!

이말이 무얼 의미하느냐면, 스미스차트는 어려운 이론을 배경으로 탄생된 어떤 특별한 존재는 아니라는 점입니다. 따지고 보면 이론은 정말간단합니다. 인간이 편하자고 만든 **도구** 일 뿐입니다. 여러분은 단지 도구의 사용법을 잘 몰라서 어렵게 느껴지시는 것일 수 있습니다. 자, 이것은 아주 중요한 관점의 전환입니다. 스미스차트는 신주단지 모시듯이 대할 어려운 상대가 아니라, 어떻게 일을 시켜야 할지 조금 까다로운 여러분의 머슴이라고 생각하십시오.

여러분들 모두 처음 컴퓨터란 걸 써본 기억들을 갖고 계실 것입니다. 처음엔 전원 넣는 것도 생소하고, 웬지 뭔가 잘못 치면 그 비싼 기계가 쾅! 하고 고장나 버릴 것 같고.. 대체 이걸 뭐에다 써야하는 것인지도 잘 모르겠고..

하지만 지금은 대부분 컴퓨터에 대한 용도가 뭐냐는 질문을 어렵게 생각하시는 분은 없을 것입니다. 단지 용도가 너무 많아서 뭘 대답해야 할지 생각하느라 시간이 걸리겠조. 문서작성, 시뮬레이션, 인터넷, 채팅, 게임, 이메일, 동영상(-_-+), 놀이기구.. 그것은 여러분들이 그만큼 익숙해져서 일 것입니다.

여기서 하고 싶은 얘기는 저위에 녹색글씨로 언급한 관점,발상의 전환 문제입니다. 아직도 스미스차트를 어떻게 적용하고 읽어야 할지 아리까리 하십니까? 그렇다면 해결법은 간단합니다. 사용법을 정확히 배우고, 많이 연습하면 됩니다. 그거면 충분합니다. 이 말은 결국 스미스차트를 이론만으로 이해한다는 것은 별로 의미가 없고, 반드시 직접 적용하고 사용해야만 제대로 이해할 수 있다는 뜻입니다. 그러다보면 스미스차트는 아주 편리한, 없어서는 안될 도구로서 여러분의 손에 붙어 있을 것입니다. ^^

"Tool"

● 스미스 차트를 잘 쓰는법!

중복적으로 많이 들어오는 질문 중 하나가 바로
"어떻게 하면 스미스차트를 잘 쓸 수 있을까요?" 입니다.

RF에서 자주 나오는거 같아서 익혀야 할 거 같긴한데.. 또는 어케어케 대충 중앙에 점을 옮기면 매칭이 되는 거니까 다 된 건가보다.. 하고 넘어가긴 한데.. 임피던스 점을 갖다 찍으면 되는거 같긴 한데.. 이렇게 쓰긴 쓰는데 대체 제대로 하고 있는 것인지 의심스러울 때도 있고.. 이러한 행동 하나하나에 뭔가 의미가 있는 듯 하긴 하고..

자, 이런 분들이라면 당연히 어떻게하면 스미스차트를 자알 쓸 수 있을지 고민하기 마련이겠죠.

스미스 차트를 익히는 가장 확실한 방법은, 많이 연습하고 많이 다뤄보는 것입니다. 가장 영양가 없는 행동은, 책이나 자료에서 나온 스미스차트에 대한 설명만 그냥 쳐다보고 마는 것입니다. (이 글 포함!)

누군가가 정합을 위해 처음으로 스미스차트를 쓴다고 가정했을 때, 과연 정합이란 것 자체에 대해 먼저 아주 완벽하게 이해하고 정합을 할 수 있을까요? 많은 분들은 스미스차트를 직접 사용하여 정합하는 법을 따라해보고, 또 반복적으로 여러 정합을 시도해보면서 감을 잡으셨을 것입니다. "아하.. 스미스 차트란게, 정합이란게 이런 거구나.. 하고 말이지요.

그리고 스미스차트의 기능에는 정합만이 있는게 아닙니다. 정합(matching)은 스미스차트의 특성을 가장 잘 이용한 활용법중의 하나일 뿐입니다.

절대 이론만으로는 안되고, 반드시 실습과 활용을 통해서만 익힐 수 있는게 스미스차트라는 점을 우선 명심하시기 바랍니다. 그냥 보기만 해서는 이해가 잘 안가는데 너무 당연한 넘입니다. 아직까지도 책만 바라보고 잘 이해가 안간다고 하소연하시는 분들이 많습니다.

이 스미스차트 강의시리즈에서 의도하는 바는, 글만으로 무언가를 이해시키려는 것이 아니라, 스미스 차트를 잘 쓰기 위해 전체적으로 염두에 두어야 할 부분들을 우선 정리할 것입니다. 스미스 차트를 잘 쓰는 것은 결국 여러분의 연습 여하에 달려있다는 점! 이후의 강의에서는 연습할 수 있는 여러 방법을 제시하게 될 것입니다.

● 스미스차트는 기동한 복소수 좌표계!

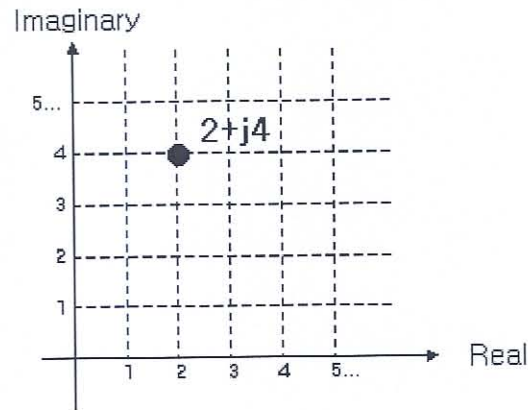
우선 명확히 정의내려드릴 수 있는 것은, 스미스차트는 좌표계라는 점입니다. 한 축은 실수, 나머지 한 축은 허수를 나타내는 복소 좌표계입니다.

이런 복소 좌표계 시스템이 필요한 이유는, 바로 복소 임피던스 때문입니다.

$$Z = R + jX = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C}\right)$$

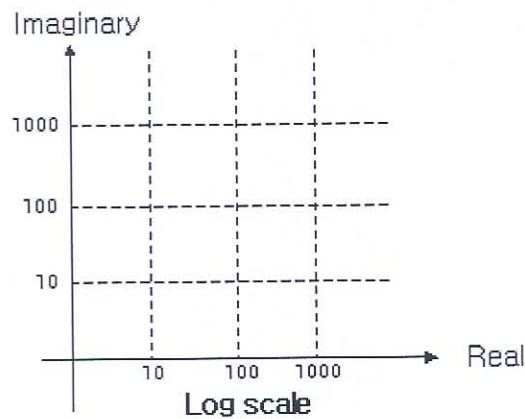
실수는 저항(R), 허수부는 부호에 따라 인덕턴스(L)과 캐패시턴스(C)로 나타납니다. 복소수 강의에서 이미 허수의 의미에 대해 보셨지요? 실수부인 R은 아무때나 늘 상존하는 저항값입니다만 L과 C는 주파수에 따라 그에 의한 허수부 임피던스값이 변하는, 잠재적인 존재입니다. 바로 이러한 경우에 복소수는 아주 유용한 표현수단이 됩니다.

고등학교 수학시간에 배우셨겠지만, 복소수를 나타내는데는 아래와 같은 복소 좌표계를 많이 사용합니다. 즉 가로축이 R (real part), 세로축이 X (imaginary part)라고 할 수 있습니다.

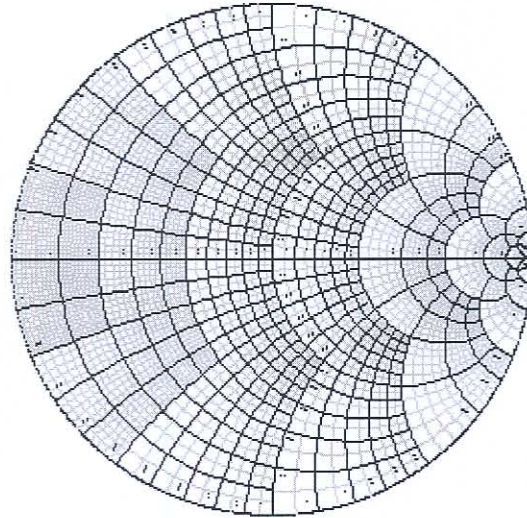


위의 그림처럼 임피던스가 $2+j4$ 란 것은, 저항성분(R)이 2이고 인덕턴스(L)성분으로 4인 의미로서 복소 좌표계에서 쉽게 표현이 가능합니다. 그런데 실제 임피던스를 다룰 때 우리는 위와 같은 복소 좌표계를 쓰지 않습니다. 왜일까요?

우선, 우리는 주파수 신호값은 그 실존값보다는 log를 취한 값에 정량적으로 비례한다는 성질을 알고 있습니다. 그럼 우선 아래와 같이 위와 같은 직교좌표계를 log 스케일 (즉 dB scale)로 나타낼 수 있겠죠.



이렇게 log 스케일로 나타내면, 낮은 임피던스는 자세하게, 높은 임피던스는 등성등성 표현이 가능하여 여러모로 사용하기가 더 편리할 것입니다. 하지만 임피던스가 아주 높아진다면 좌표계가 계속 더 확장되어야 할 것입니다. 그렇다면 왠지 조금은 불편한 감이 있습니다. 이걸 무한 대점까지 한큐에 다 표현되도록 할 수 있을까요?



스미스차트는, 이러한 복소좌표계를 log scale로 나타내면서, 0 에서 무한 대까지의 복소좌표점을 하나의 원 안에 완벽하게 표현할 수 있는 기동찬 좌표계입니다. 스미스차트가 어떻게 그려진 것인지 아래 내용을 보시지요.

● 스미스차트는 어떻게 그려진 것인가?

스미스 차트 좌표계는, 반사계수와 임피던스가 서로 변환된다는 관계를 절묘히 이용하여 만들어집니다. 그럼으로써 임피던스 점을 콧 찍어 버리면 곧바로 특성임피던스에 대비한 반사계수를 바로 읽을 수 있고, 역으로 반사계수를 콧 찍어도 바로 특성 임피던스를 알 수 있습니다.

스미스차트가 어떻게 그려진 것인지, 아래의 반사계수 식에서부터 시작해보겠습니다. 다 아시다시피 아래와 같이 반사계수와 로드 임피던스와의 관계식이 나옵니다. 그리고 Z_0 로 분모분자를 나누어 normalize를 하면 오른쪽과 같은 수식이 됩니다.

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{z_L - 1}{z_L + 1}$$

이 수식을 뒤집으면 아래와 같이 되겠죠?

$$z_L = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}$$

임피던스와 반사계수 모두 실제로는 복소수이므로, 둘다 복소 신호로 대치하면 아래와 같이 됩니다.

$$r_L + jx_L = \frac{1 + (\Gamma_r + j\Gamma_i)}{1 - (\Gamma_r + j\Gamma_i)}$$

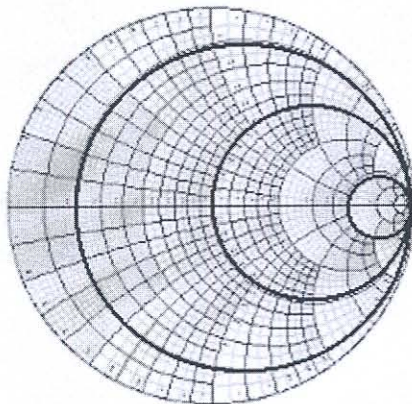
흠.. 쉽죠? 이제 이것을 수학적으로 실수부와 허수부로 분리하면 아래와 같이 나누어집니다.

$$r_L = \frac{1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad x_L = \frac{2\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2}$$

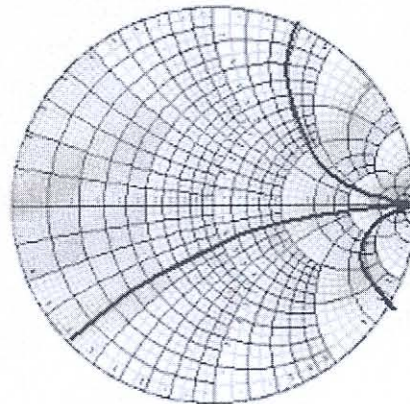
이 두 개의 수식을 합성, 분리하면 두 개의 원의 공식이 만들어집니다. 그렇게 하면 아래와 같이 두 개의 원의 공식이 나타나게 되지요.

$$\left(r_r - \frac{r_L}{1+r_L}\right)^2 + r_s^2 = \left(\frac{1}{1+r_L}\right)^2 \quad (r_r - 1)^2 + \left(r_s - \frac{1}{x_L}\right)^2 = \left(\frac{1}{x_L}\right)^2$$

위의 수식을 그냥 도면에다 그리면 그대로 스미스차트가 됩니다. 위에서 앞의 공식은 resistance circle이 되고, 뒤의 공식은 Reactance circle이 됩니다. 심심하신 분은 연습장 펴놓고 함 분석해보시길 바랍니다.



Resistance Circle



Reactance Circle

임피던스 선.

여하튼 중요한 것은, 반사계수(S11, S22 ...)와 해당 임피던스는 스미스차트 상에서 동일한 하나의 점에서 표현된다는 점이 중요합니다.

● 스미스차트는 왜 쓰는가?

다시 제목이 의미하는 원점으로 돌아왔습니다. 스미스 차트를 왜 사용하는가?

- ▶ 하나의 원 안에 어떠한 임피던스점도 완벽하게 plot할 수 있습니다.
- ▶ 임피던스와 반사계수와의 관계를 곧바로 변환할 수 있습니다.
- ▶ 스미스차트 상의 점은 반사계수 = 임피던스 의 관계가 성립되기 때문에, 실수 또는 허수축을 기준으로 point를 이동하면서 정합(matching)이 가능합니다. 즉 로드 임피던스점이 일정한 궤적을 그리도록 특성 임피던스를 의미하는 중심점으로 이동시키면, 그 과정 자체가 특성 임피던스 - 로드 임피던스 간의 반사계수를 점점 줄이는 정합과정이 된다는 것입니다.
- ▶ 스미스 차트에 익숙해지면, 현재 나타난 임피던스점이 어떤 R, L, C 등의 특성을 나타내고 있는지 한눈에 쉽게 알 수 있습니다.

자, 아직은 이론적인 느낌이 많이 들지요?

중요한 것은, 스미스차트는 RF 엔지니어들을 편하게 만들어주기 위한 도구로서 만들어졌다는 점입니다. 이 장에서 언급된 내용들을 잘 음미하고, 이 다음부터 시작될 실제적인 '사용법'을 연습하시기 바랍니다.

스미스차트 읽는 법

스미스차트가 도구라면, 이제 그 도구의 사용법을 알아보도록 하겠습니다. 우선 스미스차트의 구조와 그 위에 찍힌 점을 어떻게 읽을 수 있는 것인지 알아보도록 하겠습니다.

● Normalization (정규화)

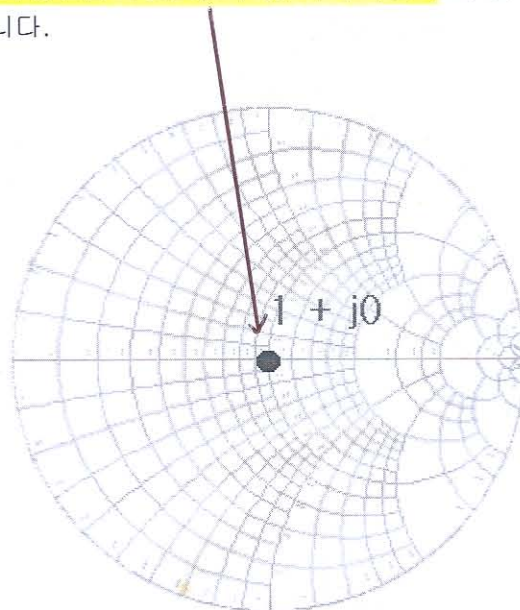
우선, 스미스 차트를 이용하기 위해 먼저 알아야 할 것이 바로 normalize에 대한 것입니다.

스미스차트 좌표상의 점이 의미하는 것은 임피던스라는 것은 이미 잘 알고 계실 것입니다. 이미 스미스차트를 사용해보신 분은 아시겠지만, 그 좌표를 찍기 전에, 먼저 어떤 정규화 과정이 하나 있다는 것을 기억하시죠?

바로 해당 임피던스 값을 특성 임피던스(Characteristic Impedance)로 나누어주는 것입니다. 일반적으로 우리는 이 특성임피던스 값을 50옴을 사용하는데, 우선 스미스차트 좌표상에 올리기 전에 50으로 나누고 나서 그 값을 올리게 됩니다. 예를 들어 $70 + j12$ 에 해당하는 임피던스를 스미스차트 상에 찍어볼려면 50으로 나눈 $1.4 + j0.24$ 에 해당하는 좌표값에 점을 꼭 찍게 됩니다. 왜일까요???

그것은, 특성임피던스가 꼭 50옴이지는 않기 때문입니다. 상황에 따라 75옴이 될 수도 있고, 또 어떤 특정 임피던스를 사용할지, 또는 아예 임의의 임피던스값을 잡던 사용자 맘대로 하기 위해서는 normalize를 해야 합니다.

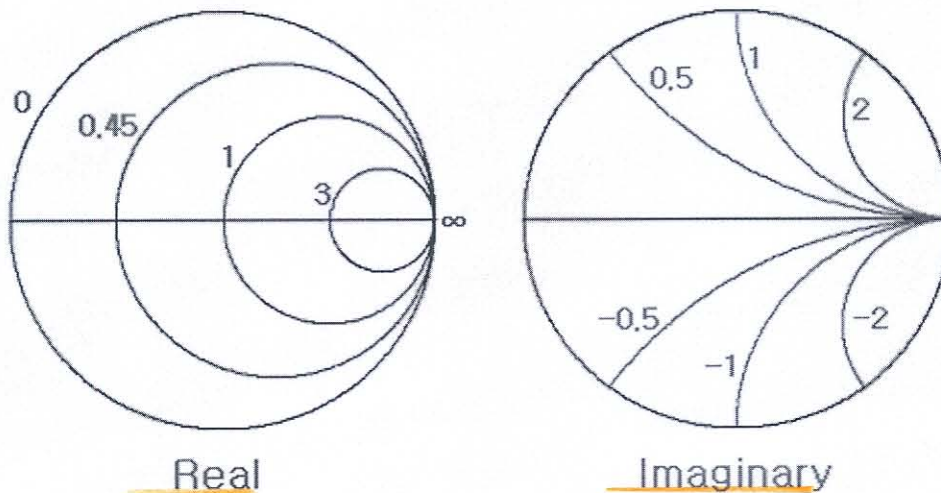
이점을 이해하기 위해 우선 알아두어야 할 것은, 스미스차트의 중심점이 곧 특성임피던스를 의미하게 된다는 것입니다. 스미스 차트 중심점의 좌표는 $1+j0$ 이기 때문이죠. 50+j0 옴의 특성 임피던스를 normalize하면 바로 $1+j0$ 입니다.



스미스차트 좌표는 어떤 특성임피던스에서도 동일하게 적용할 수 있으려면, 중심점이 50, 66, 75와 같은 어떤 특정한 하나의 임피던스좌표를 지칭해서는 안되겠죠. 그래서 스미스차트는 1이라는 임피던스 점을 기준으로 만들어놓고, 해당 임피던스점들을 각각의 회로와 시스템 특성에 맞는 임피던스로 나누어 쓰게 하는 것입니다. 결국 이것도 편하자고 이러는 것입니다.

● 스미스 차트에 점찍기

기초부터 시작하는 마음으로.. 스미스 차트 상에 점을 찍으려면 우선 스미스차트 좌표의 구조와 특성부터 이해해야겠죠. 먼저 복소 임피던스를 찍으려면 실수좌표계와 허수좌표계를 이해해야 할 것입니다.



흠~ 뭐 좌표계가 좀 야리꾸리하게 생기긴 했지만 한두 번 점찍어보면 별거 아닙니다.

실수부는 수평선을 따라 오른쪽 끝이 무한 대의 중심점이 되고, 왼쪽으로 중심이 이동할수록 점점 값이 작아집니다. 즉 임피던스 점이 위치하는 곳을 지나는 원의 좌표값이 실수부 좌표가 되지요. 허수부의 경우는 오른쪽 끝을 기준으로 점점 퍼져나가는 포물선 형상이며, 위쪽은 + 부호로, 아래쪽은 - 부호의 좌표로 정의됩니다.

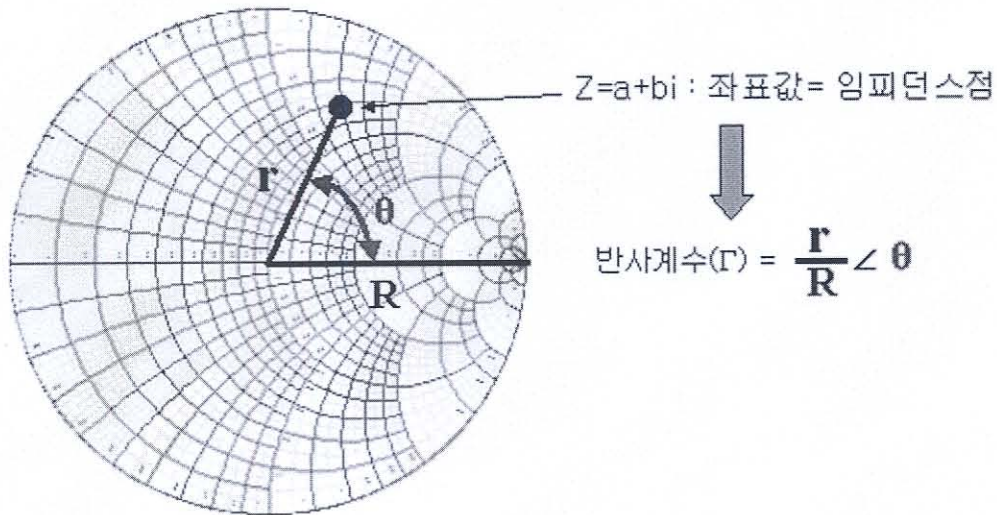
그런데.. 그런데 아예 초보인 경우라면 이런 의문마저 들 수 있을 겁니다.

" 점찍으라니 찍겠는데, 대체 뭘 임피던스를 찍으란 말이어?? "

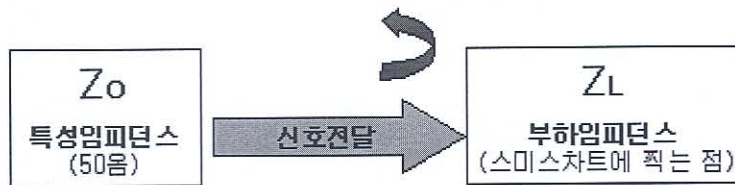
그렇습니다. 도대체 무슨 임피던스를 찍어보란 말일까요? 아무 임피던스나 꼭 찍으면 되는 건지??

그것은 어떤 용도로 스미스차트를 사용하느냐에 따라 다를 수 있습니다. 소자의 특성을 보는 경우라면 그냥 그 소자의 임피던스를 찍으면 되고, 임피던스 매칭을 하는 경우는 특성임피던스와 매칭시키고자 하는 부하(load) 임피던스를 찍습니다. 이 문제는 이 강의시리즈를 천천히 따라해가다보면 자연스럽게 이해될 것입니다.

그리고 스미스차트상에 점을 찍은 순간, 그 점은 임피던스를 나타냄과 동시에 반사계수를 나타냅니다. 이전 장에서 보았듯이, 스미스차트 자체가 반사계수와 임피던스관계를 통해 만들어진 좌표계이기 때문이죠. 그냥 좌표를 읽으면 그건 임피던스 점을 의미하고, 그 임피던스점까지 중심에서 떨어진 거리를 전체 반지름으로 나눈 값이 반사계수의 magnitude가 되고, 임피던스 점까지의 각도값을 읽으면 반사계수의 phase가 됩니다.



Γ : 임피던스차에 의해 발생한 반사계수

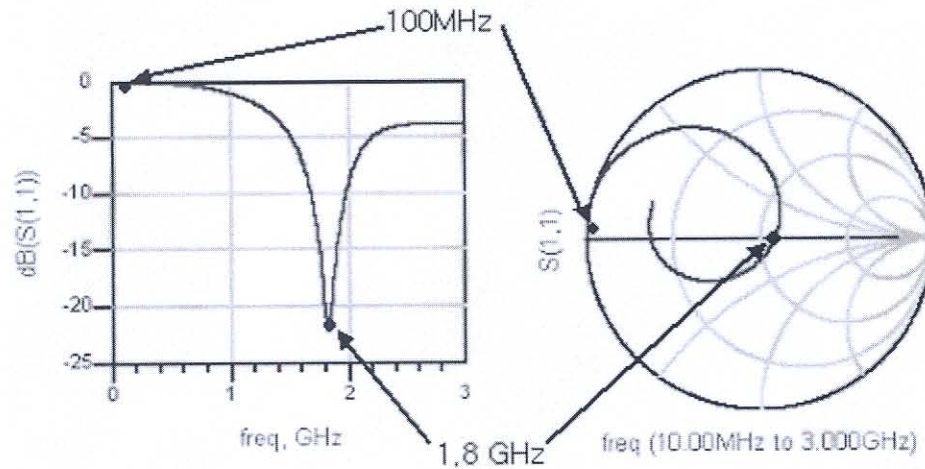


스미스차트 좌표상에서 임피던스 점은 곧 반사계수를 의미한다는 것은 이제 여러번 들어서 귀가 간 지러우실텐데... 여기서 한가지 고백할 점이 있습니다. 사실은, 임피던스 점을 가져와서 스미스차트에 직접 찍는 경우는 그리 많지 않다는 점입니다. 좌표계를 쉽게 이해하기 위해서 그렇게 설명한 것일 뿐, 실제로는 반사계수를 스미스차트상에서 그대로 plot하여 역으로 임피던스를 알아내는 경우가 더 많습니다.

왜냐하면 RF에서 가장 흔히 사용하는 지표인 S파라미터를 그대로 갖다 쓰기 때문입니다. S11이나 S22 와같은 반사계수 지표를 스미스차트상에 나타내면 그게 바로 해당 부하 임피던스를 알려줍니다.

● 스미스 차트 점 들여다보기

많은 경우, S11이나 S22 등의 반사계수들은 한주파수에서만 보는게 아니라 여러 주파수범위에 걸쳐 보게 될 것입니다. 그래서 그리다 보면 아래와 같은 식의 돼지 꼬리 그림이 나오기도 합니다.

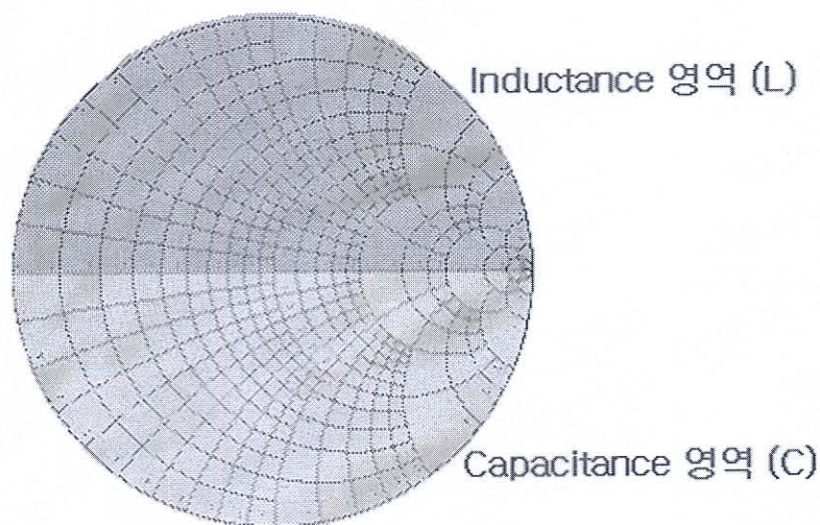


초보시절에는 스미스차트상에 하나의 점이 표시되지 않고 저렇게 줄줄히 꺾리를 틀면 대체 저게 뭔가.. 싶을 것입니다. 별거 아닙니다. 그냥 주파수별로 반사계수들을 줄줄히 보여준건데, 각 점마다 어느 주파수에서의 반사계수인지 쓰기가 지저분해서 안쓴 것일 뿐입니다.

그렇다면 저렇게 주파수에 따라 다르게 찍힌 점들을 해독하는 능력이 필요하겠죠? 여기서 복소임피던스 수식을 재탕삼탕해보겠습니다.

$$Z = R + jX = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)$$

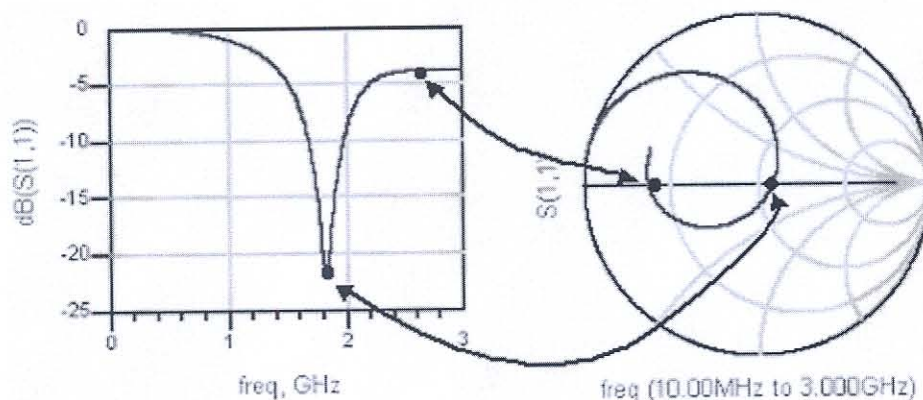
허수부의 +값은 인덕턴스(L)를, -값은 캐패시턴스(C)를 의하므로, 결국 스미스차트의 그림은 아래와 같은 의미로 표현됩니다.



그래서 S11이 어느점에 존재하느냐는 결국 그 자체만으로 현재 부하임피던스가 인덕턴스 성분을 갖고 있는지, 캐패시턴스 성분을 갖고 있는지 쉽게 알 수 있습니다. 보는 즉시 바로바로 팍팍 감이 오지요!

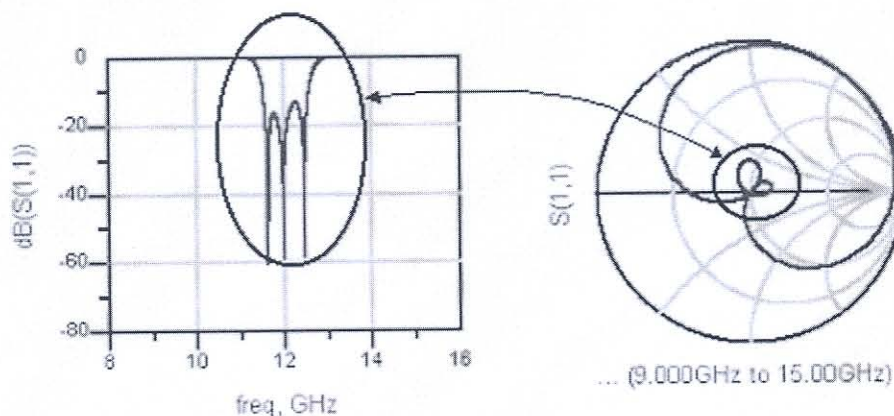
또한 그것이 주파수별로 나타날 때, S11 궤적이 위와 아래를 걸치게 된다는 것은, S파라미터 플롯상에서는 어떤 극점을 가진다는 의미가 됩니다. 쉽게 말해서 올라가다가 내려가던지 내려가다가 올라

가던지 하는 위치가 된다는 것이지요. 스미스 차트의 수평선을 통과하는 점에서는 기울기의 음양이 바뀌는 극점이 됩니다. 아래 그림을 참조하세요.



또한 임피던스점=반사계수의 원리에 의해 S11이 낮을수록 (즉 반사가 적을수록) 스미스차트상의 점들은 중앙부에 모이고, S11이 높을수록(반사가 많이 될수록) 중앙에서 멀어지고 흩어집니다.

아래는 Filter의 S파라미터를 plot한 것으로서, S11이 떨어지는 통과대역 주파수의 임피던스점들은 스미스차트에서 중앙부에 위치하고 있음을 알 수 있습니다. 임피던스 점의 반사계수 읽는 법에서 알 수 있듯이, 중앙부에 가까울수록 반사계수가 작다는 의미이므로 당연한 것이지요.



이러한 판독법들은 그냥 스미스차트 좌표계를 정확히 이해하면 자연스럽게 유도되는 것이지만, 많은 경우 경험적으로 익히는 경우가 더 많을 것입니다. 왜냐면 이렇게 설명한 책은 거의 없기 때문이지요. 차근차근 이해해보면서 스미스차트상의 점이 무얼 의미하는지 음미해보시기 바랍니다.

● 임피던스와 어드미턴스

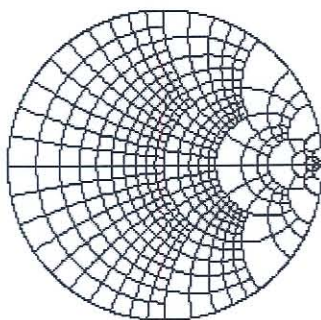
지금까지는 임피던스의 관점에서만 스미스차트를 설명했습니다. 그런데, 스미스차트의 아주 중요한 장점중 하나가 바로 임피던스와 어드미턴스를 동시에 쉽게 접근할 수 있다는 것입니다.

$$Y(\text{Admittance}) = \frac{1}{Z(\text{Impedance})}$$

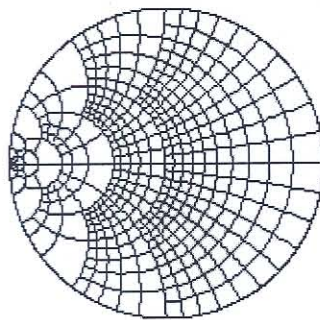
어드미턴스(Admittance)는 아시다시피 임피던스의 역수를 의미하며, 임피던스는 얼마나 신호의 흐

를 방해하느냐의 기준이 되는 것에 반해 어드미턴스는 얼마나 신호를 더 잘 흘려줄 수 있느냐라는 의미가 되지요. 이것은 결국 병렬 회로 구성을 위해 필요한 개념입니다. 직렬에서의 저항은 그냥 줄 줄히 더하면 되지만, 병렬일 때는 저항의 역수들을 더해서 그걸 다시 역수를 취해야 한다는 점은 고등학교때도 배우지요? 바로 직렬회로와 함께 병렬회로를 분석하고자 할 때는, 병렬단에서 어드미턴스라는 개념을 쓰는게 더하고 빼기가 훨씬 쉬워진다는 점이 중요합니다.

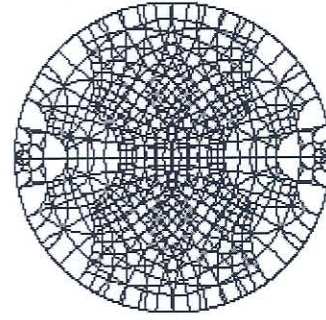
스미스차트에서 어드미턴스 좌표계는 임피던스 좌표계를 세로축 기준으로 그대로 거울반사시킨 모양새입니다. 그리고 많은 경우 스미스차트는 색상을 달리하여 임피던스차트와 어드미턴스 차트를 동시에 인쇄하여 보는 경우가 많습니다.



Impedance Chart



Admittance Chart



Overlay Smith Chart

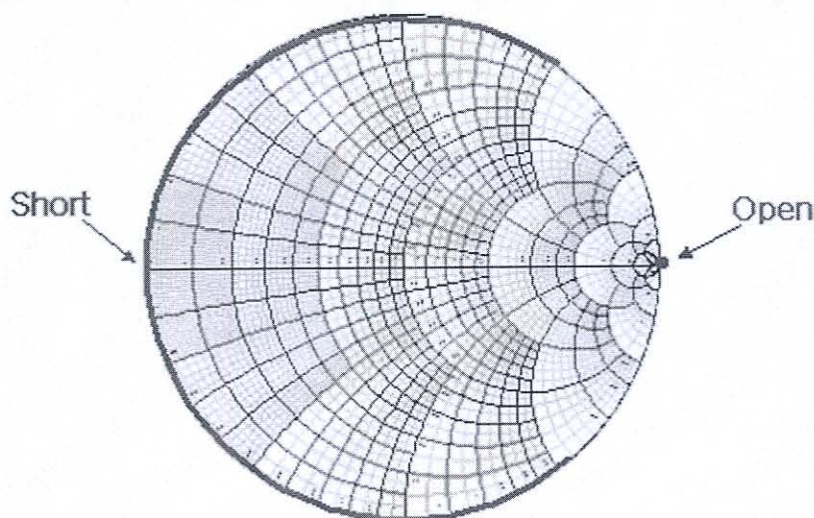
이렇게 겹쳐있는 스미스차트상에서, 해당 임피던스를 어드미턴스로 변환하지 않고(원점대칭) 바로 어드미턴스 좌표계로 읽어서 변환할 수 있기 때문에 아주 편리합니다. 다만 두 그래프를 겹쳐놓으면 색상을 다르게 할지라도 좀 어지러워 보인다는 문제점이 있긴 하지만요.. (@.@)

그럼 왜 이런 어드미턴스는 왜 또 읽는건지.. 하는 의문이 들 수 있을 겁니다. 이것은 주로 임피던스 매칭에서 필요한 것이므로, 임피던스 매칭에 대한 장에서 자세히 다루도록 하겠습니다. 일단 이렇게 있다는 것을 익혀두시길...

● Short와 Open

Short는 신호가 완전히 도통되게 단락되는 경우를 말하고, Open은 말그대로 회로가 끊어져서(열려서) 신호가 통과하지 못하는 상태를 말합니다.

이것은 임피던스의 허수부가 아니라 실수부가 주로 결정하는 문제입니다. 임피던스가 0에 가까울수록 저항성분이 없다는 얘기이므로 신호가 자~알 흐르게되어 short가 됩니다. 반면 임피던스가 수백 수천을 넘어 무한 대에 가까워지면 loss가 너무 심해서 신호가 흐르지 못하는 Open 상태가 되어버립니다. 이것은 스미스차트에서 아래처럼 보여집니다.



그래서 임피던스 점이 왼쪽에 있으면 낮은 임피던스, 오른쪽으로 가면 높은 임피던스점을 의미하게 됩니다. 이러한 점들은 좌표만 읽을 줄 알아도 바로 알 수 있는 것이므로 외우지 말고 이해하도록 하세요. 처음에 배울 때는 뭐가 뭔지 몰라서 마냥 외우기만하는 경우가 많은데, 임피던스가 0 인 원은 short가 되고, ∞ 인 원은 open이 된다는 것을 잘 음미해보시기 바랍니다.

● 이제 시작!

스미스차트 강의 시리즈 초반에 언급했듯이, 실제적인 활용의 사례나 연습없이는 별로 감이 안오는 게 정상입니다. ^^;

이 장에서 설명된 내용은 지금보다는 여러 활용과 실습을 통한 후에 다시 읽어보면 아하~ 하고 더 마음에 와닿을 만한 내용들이 많습니다. 또한 현재까지 스미스차트를 어케어케 쓰고는 있었는데 조금 아리까리했던 분들께는 보다 구체적으로 이해가 될 내용들일 것입니다.

여기서 배운 것은 사용법이 아니라 그냥 읽는법을 배운 것입니다. 진짜 사용법을 배우기 위해 먼저 Smith tool이란 쓸 만한 공개용 소프트웨어에 대해 공부해보도록 하겠습니다.

[<< Back](#)

Copyright by RF designhouse. All rights reserved.

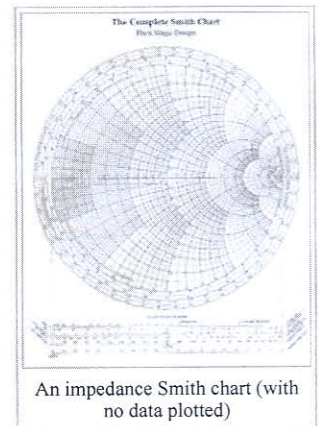
Smith chart^{*Learn more about citing Wikipedia.*}

From Wikipedia, the free encyclopedia

The **Smith Chart**, invented by Phillip H. Smith (1905-1987),^{[1][2]} is a graphical aid or nomogram designed for electrical and electronics engineers specializing in radio frequency (RF) engineering to assist in solving problems with transmission lines and matching circuits.^[3] Use of the Smith Chart utility has grown steadily over the years and it is still widely used today, not only as a problem solving aid, but as a graphical demonstrator of how many RF parameters behave at one or more frequencies, an alternative to using tabular information. The Smith Chart can be used to represent many parameters including impedances, admittances, reflection coefficients, S_{nn} scattering parameters, noise figure circles, constant gain contours and regions for unconditional stability.^{[4][5]} The Smith Chart is most frequently used at or within the unity radius region. However, the remainder is still mathematically relevant, being used, for example, in oscillator design and stability analysis.^[6]

Contents

- 1 Overview
- 2 Mathematical basis
 - 2.1 Actual and normalised impedance and admittance
 - 2.2 The normalised impedance Smith Chart
 - 2.2.1 The variation of complex reflection coefficient with position along the line
 - 2.2.2 The variation of normalised impedance with position along the line
 - 2.2.3 Regions of the Z Smith Chart
 - 2.2.4 Circles of Constant Normalised Resistance and Constant Normalised Reactance
 - 2.3 The Y Smith Chart
 - 2.4 Practical examples
 - 2.5 Working with both the Z Smith Chart and the Y Smith Charts
 - 2.6 Choice of Smith Chart type and component type
- 3 Using the Smith Chart to solve conjugate matching problems with distributed components
- 4 Using the Smith Chart to analyze lumped element circuits
- 5 References
- 6 External links



Overview

The Smith Chart is plotted on the complex reflection coefficient plane in two dimensions and is scaled in normalised impedance (the most common), normalised admittance or both, using different colours to distinguish between them. These are often known as the Z, Y and YZ Smith Charts respectively.^[7] Normalised scaling allows the Smith Chart to be used for problems involving any characteristic impedance or system impedance, although by far the most commonly used is 50 ohms. With relatively simple graphical construction it is straightforward to convert between normalised impedance (or normalised admittance) and the corresponding complex voltage reflection coefficient.

The Smith Chart has circumferential scaling in wavelengths and degrees. The wavelengths scale is used in distributed component problems and represents the distance measured along the transmission line connected between the generator or source and the load to the point under consideration. The degrees scale represents the angle of the voltage reflection coefficient at that point. The Smith Chart may also be used for lumped element matching and analysis problems.

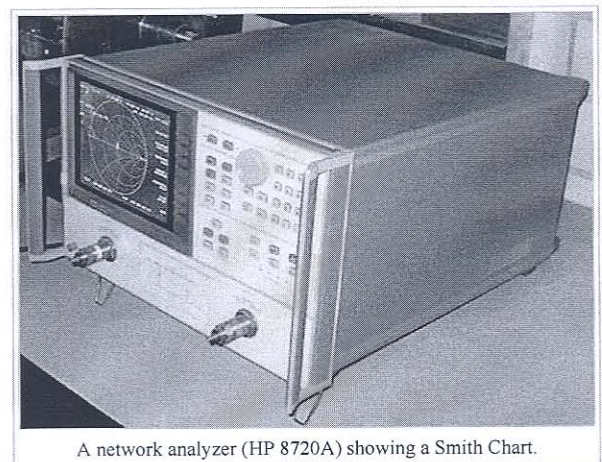
Use of the Smith Chart and the interpretation of the results obtained using it requires a good understanding of AC circuit theory and transmission line theory, both of which are pre-requisites for RF engineers.

As impedances and admittances change with frequency, problems using the Smith Chart can only be solved manually using one frequency at a time, the result being represented by a point. This is often adequate for narrow band applications (typically up to about 5% to 10% bandwidth) but for wider bandwidths it is usually necessary to apply Smith Chart techniques at more than one frequency across the operating frequency band. Provided the frequencies are sufficiently close, the resulting Smith Chart points may be joined by straight lines to create a locus.

A locus of points on a Smith Chart covering a range of frequencies can be used to visually represent:

- how capacitive or how inductive a load is across the frequency range
- how difficult matching is likely to be at various frequencies
- how well matched a particular component is.

The accuracy of the Smith Chart is reduced for problems involving a large spread of impedances or admittances, although the scaling can be magnified for individual areas to accommodate these.



Mathematical basis

Actual and normalised impedance and admittance

A transmission line with a characteristic impedance of Z_0 may be universally considered to have a characteristic admittance of Y_0 where

$$Y_0 = \frac{1}{Z_0}$$

Any impedance, Z_T expressed in ohms, may be normalised by dividing it by the characteristic impedance, so the normalised impedance using the lower case z , suffix T is given by

$$z_T = \frac{Z_T}{Z_0}$$

Similarly, for normalised admittance

$$y_T = \frac{Y_T}{Y_0}$$

The SI unit of impedance is the ohm with the symbol of the upper case Greek letter Omega (Ω) and the SI unit for admittance is the siemens with the symbol of an upper case letter S. Normalised impedance and normalised admittance are dimensionless. Actual impedances and admittances must be normalised before using them on a Smith Chart. Once the result is obtained it may be de-normalised to obtain the actual result.

The normalised impedance Smith Chart

Using transmission line theory, if a transmission line is terminated in an impedance (Z_T) which differs from its characteristic impedance (Z_0), a standing wave will be formed on the line comprising the resultant of both the forward (V_F) and the reflected (V_R) waves. Using complex exponential notation:

$$\begin{aligned} V_F &= A \exp(j\omega t) \exp(-\gamma l) \text{ and} \\ V_R &= B \exp(j\omega t) \exp(\gamma l) \end{aligned}$$

where

$\exp(j\omega t)$ is the temporal part of the wave
 $\exp(-\gamma l)$ is the spatial part of the wave and
 $\omega = 2\pi f$ where
 ω is the angular frequency in radians per second (rad/s)
 f is the frequency in hertz (Hz)
 t is the time in seconds (s)
 A and B are constants
 l is the distance measured along the transmission line from the generator in metres (m)

Also

$\gamma = \alpha + j\beta$ is the propagation constant which has units 1/m

where

α is the attenuation constant in nepers per metre (Np/m)
 β is the phase constant in radians per metre (rad/m)

The Smith Chart is used with one frequency at a time so the temporal part of the phase ($\exp(j\omega t)$) is fixed. All terms are actually multiplied by this to obtain the instantaneous phase, but it is conventional and understood to omit it. Therefore

$$\begin{aligned} V_F &= A \exp(-\gamma l) \text{ and} \\ V_R &= B \exp(\gamma l) \end{aligned}$$

The variation of complex reflection coefficient with position along the line

The complex voltage reflection coefficient ρ is defined as the ratio of the reflected wave to the incident (or forward) wave. Therefore

$$\rho = \frac{V_R}{V_F} = \frac{B \exp(\gamma l)}{A \exp(-\gamma l)} = C \exp(2\gamma l)$$

where C is also a constant.

For a uniform transmission line (in which γ is constant), the complex reflection coefficient of a standing wave varies according to the position on the line. If the line is lossy (α is finite) this is represented on the Smith Chart by a spiral path. In most Smith Chart problems however, losses can be assumed negligible ($\alpha = 0$) and the task of solving them is greatly simplified. For the loss free case therefore, the expression for complex reflection coefficient becomes

$$\rho = \rho_0 \exp(2j\beta l)$$

The phase constant β may also be written as

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

where λ is the wavelength *within the transmission line* at the test frequency.

Therefore

$$\rho = \rho_0 \exp\left(\frac{4j\pi}{\lambda} l\right)$$

This equation shows that, for a standing wave, the complex reflection coefficient and impedance repeats every half wavelength along the transmission line. The complex reflection coefficient is generally simply referred to as reflection coefficient. The outer circumferential scale of the Smith Chart represents the distance from the generator to the load scaled in wavelengths and is therefore scaled from zero to 0.50.

The variation of normalised impedance with position along the line

If V and I are the voltage across and the current entering the termination at the end of the transmission line respectively, then

$$\begin{aligned} V_F + V_R &= V \text{ and} \\ V_F - V_R &= Z_0 I. \end{aligned}$$

By dividing these equations and substituting for both the voltage reflection coefficient

$$\rho = \frac{V_R}{V_F}$$

and the normalised impedance of the termination represented by the lower case z , subscript T

$$z_T = \frac{V}{Z_0 I}$$

gives the result:

$$z_T = \frac{1 + \rho}{1 - \rho}.$$

Alternatively, in terms of the reflection coefficient

$$\rho = \frac{z_T - 1}{z_T + 1}$$

These are the equations which are used to construct the Z Smith Chart. Mathematically speaking ρ and z_T are related via a Möbius transformation.

Both ρ and z_T are expressed in complex numbers without any units. They both change with frequency so for any particular measurement, the frequency at which it was performed must be stated together with the characteristic impedance.

ρ may be expressed in magnitude and angle on a polar diagram. Any actual reflection coefficient must have a magnitude of less than or equal to unity so, at the test frequency, this may be expressed by a point inside a circle of unity radius. The Smith Chart is actually constructed on such a polar diagram. The Smith chart scaling is designed in such a way that reflection coefficient can be converted to normalised impedance or vice versa. Using the Smith Chart, the normalised impedance may be obtained with appreciable accuracy by plotting the point representing the reflection coefficient *treating the Smith Chart as a polar diagram* and then reading its value directly using the characteristic Smith Chart scaling. This technique is a graphical alternative to substituting the values in the equations.

By substituting the expression for how reflection coefficient changes along an unmatched loss free transmission line

$$\rho = \frac{B \exp(\gamma l)}{A \exp(-\gamma l)} = \frac{B \exp(j\beta l)}{A \exp(-j\beta l)}$$

for the loss free case, into the equation for normalised impedance in terms of reflection coefficient

$$z_T = \frac{1 + \rho}{1 - \rho}.$$

and using Euler's identity

$$\exp(j\theta) = \cos \theta + j \sin \theta$$

yields the impedance version transmission line equation for the loss free case:^[8]

$$Z_{IN} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta l)}$$

where Z_{IN} is the impedance 'seen' at the input of a loss free transmission line of length l , terminated with an impedance Z_L

Versions of the transmission line equation may be similarly derived for the admittance loss free case and for the impedance and admittance lossy cases.

The Smith Chart graphical equivalent of using the transmission line equation is to normalise Z_L , to plot the resulting point on a Z Smith Chart and to draw a circle through that point centred at the Smith Chart centre. The path along the arc of the circle represents how the impedance changes whilst moving along the transmission line. In this case the circumferential (wavelength) scaling must be used, remembering that this is the wavelength within the transmission line and may differ from the free space wavelength.

Regions of the Z Smith Chart

If a polar diagram is mapped on to a cartesian coordinate system it is conventional to measure angles relative to the positive x-axis using a counter-clockwise direction for positive angles. The magnitude of a complex number is the length of a straight line drawn from the origin to the point representing it. The Smith Chart uses the same convention, noting that, in the normalised impedance plane, the positive x-axis extends from the center of the Smith Chart at $z_T = 1 \pm j0$ to the point $z_T = \infty \pm j\infty$. The region above the x-axis represents inductive impedances and the region below the x-axis represents capacitive impedances. Inductive impedances have positive imaginary parts and capacitive impedances have negative imaginary parts.

If the termination is perfectly matched, the reflection coefficient will be zero, represented effectively by a circle of zero radius or in fact a point at the centre of the Smith Chart. If the termination was a perfect open circuit or short circuit the magnitude of the reflection coefficient would be unity, all power would be reflected and the point would lie at some point on the unity circumference circle.

Circles of Constant Normalised Resistance and Constant Normalised Reactance

The normalised impedance Smith Chart is composed of two families of circles: circles of constant normalised resistance and circles of constant normalised reactance. In the complex reflection coefficient plane the Smith Chart occupies a circle of unity radius centred at the origin. In cartesian coordinates therefore the circle would pass through the points (1,0) and (-1,0) on the x-axis and the points (0,1) and (0,-1) on the y-axis.

Since both ρ and z are complex numbers, in general they may be expressed by the following generic rectangular complex numbers:

$$\begin{aligned} z &= a + jb \\ \rho &= c + jd \end{aligned}$$

Substituting these into the equation relating normalised impedance and complex reflection coefficient:

$$\rho = \frac{z - 1}{z + 1}$$

gives the following result:

$$\rho = c + jd = \frac{a^2 + b^2 - 1}{(a + 1)^2 + b^2} + j \left(\frac{2b}{(a + 1)^2 + b^2} \right).$$

This is the equation which describes how the complex reflection coefficient changes with the normalised impedance and may be used to construct both families of circles.^[9]

The Y Smith Chart

The Y Smith chart is constructed in a similar way to the Z Smith Chart case but by expressing values of voltage reflection coefficient in terms of normalised admittance instead of normalised impedance. The normalised admittance y_T is the reciprocal of the normalised impedance z_T , so

$$y_T = \frac{1}{z_T}$$

Therefore:

$$y_T = \frac{1 - \rho}{1 + \rho}$$

and

$$\rho = \frac{1 - y_T}{1 + y_T}$$

The Y Smith Chart appears like the normalised impedance type but with the graphic scaling rotated through 180° , the numeric scaling remaining unchanged.

The region above the x-axis represents capacitive admittances and the region below the x-axis represents inductive admittances. Capacitive admittances have positive imaginary parts and inductive admittances have negative imaginary parts.

Again, if the termination is perfectly matched the reflection coefficient will be zero, represented by a 'circle' of zero radius or in fact a point at the centre of the Smith Chart. If the termination was a perfect open or short circuit the magnitude of the voltage reflection coefficient would be unity, all power would be reflected and the point would lie at some point on the unity circumference circle of the Smith Chart.

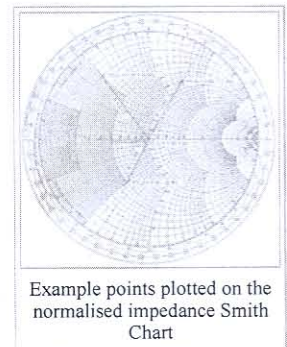
Practical examples

A point with a reflection coefficient magnitude 0.63 and angle 60° , represented in polar form as $0.63\angle 60^\circ$, is shown as point P_1 on the Smith Chart. To plot this, one may use the circumferential (reflection coefficient) angle scale to find the $\angle 60^\circ$ graduation and a ruler to draw a line passing through this and the centre of the Smith Chart. The length of the line would then be scaled to P_1 assuming the Smith Chart radius to be unity. For example if the actual radius measured from the paper was 100 mm, the length OP_1 would be 63 mm.

The following table gives some similar examples of points which are plotted on the Z Smith Chart. For each, the reflection coefficient is given in polar form together with the corresponding normalised impedance in rectangular form. The conversion may be read directly from the Smith Chart or by substitution into the equation.

Some examples of points plotted on the normalised impedance Smith Chart

Point Identity	Reflection Coefficient (Polar Form)	Normalised Impedance (Rectangular Form)
P_1 (Inductive)	$0.63\angle 60^\circ$	$0.80 + j1.40$
P_2 (Inductive)	$0.73\angle 125^\circ$	$0.20 + j0.50$
P_3 (Capacitive)	$0.44\angle -116^\circ$	$0.50 - j0.50$



Example points plotted on the normalised impedance Smith Chart

Working with both the Z Smith Chart and the Y Smith Charts

In RF circuit and matching problems sometimes it is more convenient to work with admittances (representing conductances and susceptances) and sometimes it is more convenient to work with impedances (representing resistances and reactances). Solving a typical matching problem will often require several changes between both types of Smith Chart, using normalised impedance for series elements and normalised admittances for parallel elements. For these a dual (normalised) impedance and admittance Smith Chart may be used. Alternatively, one type may be used and the scaling converted to the other when required. In order to change from normalised impedance to normalised admittance or vice versa, the point representing the value of reflection coefficient under consideration is moved through exactly 180° at the same radius. For example the point P_1 in the example representing a reflection coefficient of $0.63\angle 60^\circ$ has a normalised impedance of $z_P = 0.80 + j1.40$. To graphically change this to the equivalent normalised admittance point, say Q_1 , a line is drawn with a ruler from P_1 through the Smith Chart centre to Q_1 , an equal radius in the opposite direction. This is equivalent to moving the point through a circular path of exactly 180° . Reading the value from the Smith Chart for Q_1 , remembering that the scaling is now in normalised admittance, gives $y_P = 0.30 - j0.54$. Performing the calculation

$$y_T = \frac{1}{z_T}$$

manually will confirm this.

Once a transformation from impedance to admittance has been performed the scaling changes to normalised admittance until such time that a later transformation back to normalised impedance is performed.

The table below shows examples of normalised impedances and their equivalent normalised admittances obtained by rotation of the point through 180° . Again these may either be obtained by calculation or using a Smith Chart as shown, converting between the normalised impedance and normalised admittances planes.

Values of reflection coefficient as normalised impedances and the equivalent normalised admittances

Normalised Impedance Plane	Normalised Admittance Plane
$P_1 (z = 0.80 + j1.40)$	$Q_1 (y = 0.30 - j0.54)$
$P_{10} (z = 0.10 + j0.22)$	$Q_{10} (y = 1.80 - j3.90)$

Choice of Smith Chart type and component type

The choice of whether to use the Z Smith Chart or the Y Smith Chart for any particular calculation depends on which is more convenient. Impedances in series and admittances in parallel add whilst impedances in parallel and admittances in series are related by a reciprocal equation. If Z_{TS} is the equivalent impedance of series impedances and Z_{TP} is the equivalent impedance of parallel impedances, then

$$Z_{TS} = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots$$

$$\frac{1}{Z_{TP}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \dots$$

For admittances the reverse is true, that is

$$Y_{TP} = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots$$

$$\frac{1}{Y_{TS}} = \frac{1}{Y_1} + \frac{1}{Y_2} + \frac{1}{Y_3} + \dots$$

Dealing with the reciprocals, especially in complex numbers, is more time consuming and error-prone than using linear addition. In general therefore, most RF engineers work in the plane where the circuit topography supports linear addition. The following table gives the complex expressions for impedance (real and normalised) and admittance (real and normalised) for each of the three basic passive circuit elements: resistance, inductance and capacitance. Knowing just the characteristic impedance (or characteristic admittance) and test frequency can be used to find the equivalent circuit from any impedance or admittance, or vice versa.

Expressions for Real and Normalised Impedance and Admittance with Characteristic Impedance Z_0 or Characteristic Admittance Y_0

Element Type	Impedance (Z or z) or Reactance (X or x)		Admittance (Y or y) or Susceptance (B or b)	
	Real (Ω)	Normalised (No Unit)	Real (S)	Normalised (No Unit)
Resistance (R)	$Z = R$	$z = \frac{R}{Z_0} = RY_0$	$Y = G = \frac{1}{R}$	$y = g = \frac{1}{RY_0} = \frac{Z_0}{R}$
Inductance (L)	$Z = jX_L = j\omega L$	$z = jx_L = j\frac{\omega L}{Z_0} = j\omega LY_0$	$Y = -jB_L = \frac{-j}{\omega L}$	$y = -jb_L = \frac{-j}{\omega LY_0} = \frac{-jZ_0}{\omega L}$
Capacitance (C)	$Z = -jX_C = \frac{-j}{\omega C}$	$z = -jx_C = \frac{-j}{\omega CZ_0} = \frac{-jY_0}{\omega C}$	$Y = jB_C = j\omega C$	$y = jb_C = j\frac{\omega C}{Y_0} = j\omega CZ_0$

Using the Smith Chart to solve conjugate matching problems with distributed components

Usually distributed matching is only feasible at microwave frequencies since, for most components operating at these frequencies, appreciable transmission line dimensions are available in terms of wavelengths. Also the electrical behavior of many lumped components becomes rather unpredictable at these frequencies.

For distributed components the effects on reflection coefficient and impedance of moving along the transmission line must be allowed for using the outer circumferential scale of the Smith Chart which is calibrated in wavelengths.

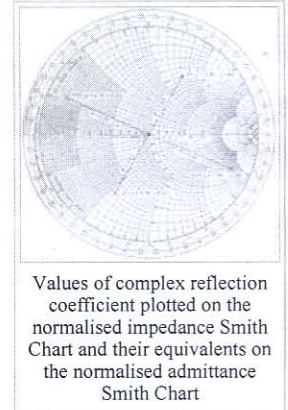
The following example shows how a transmission line, terminated with an arbitrary load, may be matched at one frequency either with a series or parallel reactive component in each case connected at precise positions.

Supposing a loss free air-spaced transmission line of characteristic impedance $Z_0 = 50 \Omega$, operating at a frequency of 800 MHz, is terminated with a circuit comprising a 17.5Ω resistor in series with a 6.5 nanohenry (6.5 nH) inductor. How may the line be matched?

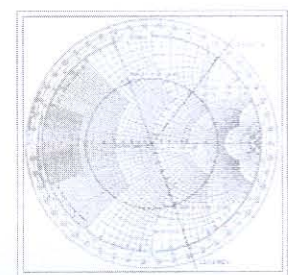
From the table above, the reactance of the inductor forming part of the termination at 800 MHz is

$$Z_L = j\omega L = j2\pi fL = j32.7 \Omega$$

so the impedance of the combination (Z_T) is given by



Values of complex reflection coefficient plotted on the normalised impedance Smith Chart and their equivalents on the normalised admittance Smith Chart



$$Z_T = 17.5 + j32.7 \Omega$$

and the normalised impedance (z_T) is

$$z_T = \frac{Z_T}{Z_0} = 0.35 + j0.65$$

This is plotted on the Z Smith Chart at point P_{20} . The line OP_{20} is extended through to the wavelength scale where it intersects at the point $L_1 = 0.098\lambda$. As the transmission line is loss free, a circle centred at the centre of the Smith Chart is drawn through the point P_{20} to represent the path of the constant magnitude reflection coefficient due to the termination. At point P_{21} the circle intersects with the unity circle of constant normalised resistance at

$$z_{P21} = 1.00 + j1.52.$$

The extension of the line OP_{21} intersects the wavelength scale at $L_2 = 0.177\lambda$, therefore the distance from the termination to this point on the line is given by

$$L_2 - L_1 = 0.177\lambda - 0.098\lambda = 0.079\lambda$$

Since the transmission line is air-spaced, the wavelength at 800 MHz in the line is the same as that in free space and is given by

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

where c is the velocity of electromagnetic radiation in free space and f is the frequency in hertz. The result gives $\lambda = 375$ mm, making the position of the matching component 29.6 mm from the load.

The conjugate match for the impedance at P_{21} (z_{match}) is

$$z_{match} = -j(1.52),$$

As the Smith Chart is still in the normalised impedance plane, from the table above a series capacitor C_m is required where

$$z_{match} = -j1.52 = \frac{-j}{\omega C Z_0} = \frac{-j}{2\pi f C_m Z_0}$$

Rearranging, we obtain

$$C_m = \frac{-1}{(1.52)\omega Z_0} = \frac{-1}{(1.52)(2\pi f)Z_0}.$$

Substitution of known values gives

$$C_m = 2.6 \text{ pF}$$

To match the termination at 800 MHz, a series capacitor of 2.6 pF must be placed in series with the transmission line at a distance of 29.6 mm from the termination.

An alternative shunt match could be calculated after performing a Smith Chart transformation from normalised impedance to normalised admittance. Point Q_{20} is the equivalent of P_{20} but expressed as a normalised admittance. Reading from the Smith Chart scaling, remembering that this is now a normalised admittance gives

$$y_{Q20} = 0.65 - j1.20$$

(In fact this value is not actually used). However, the extension of the line OQ_{20} through to the wavelength scale gives $L_3 = 0.152\lambda$. The earliest point at which a shunt conjugate match could be introduced, moving towards the generator, would be at Q_{21} , the same position as the previous P_{21} , but this time representing a normalised admittance given by

$$y_{Q21} = 1.00 + j1.52.$$

The distance along the transmission line is in this case

$$L_2 + L_3 = 0.177\lambda + 0.152\lambda = 0.329\lambda$$

which converts to 123 mm.

The conjugate matching component is required to have a normalised admittance (y_{match}) of

$$y_{match} = -j1.52.$$

Smith Chart construction for some distributed transmission line matching

From the table it can be seen that a negative admittance would require to be an inductor, connected in parallel with the transmission line. If its value is L_m , then

$$-j1.52 = \frac{-j}{\omega L_m Y_0} = \frac{-j Z_0}{2\pi f L_m}$$

This gives the result

$$L_m = 6.5 \text{ nH}$$

A suitable inductive shunt matching would therefore be a 6.5 nH inductor in parallel with the line positioned at 123 mm from the load.

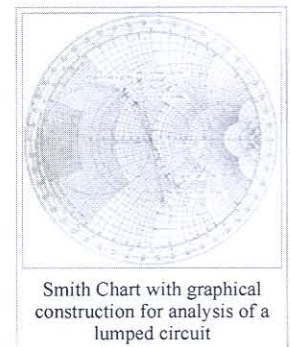
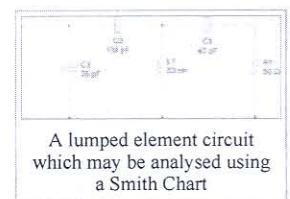
Using the Smith Chart to analyze lumped element circuits

The analysis of lumped element components assumes that the wavelength at the frequency of operation is much greater than the dimensions of the components themselves. The Smith Chart may be used to analyze such circuits in which case the movements around the chart are generated by the (normalized) impedances and admittances of the components at the frequency of operation. In this case the wavelength scaling on the Smith Chart circumference is not used. The following circuit will be analyzed using a Smith Chart at an operating frequency of 100 MHz. At this frequency the free space wavelength is 3 m. The component dimensions themselves will be in the order of millimetres so the assumption of lumped components will be valid. Despite there being no transmission line as such, a system impedance must still be defined to enable normalization and de-normalization calculations and $Z_0 = 50 \Omega$ is a good choice here as $R_1 = 50 \Omega$. If there were very different values of resistance present a value closer to these might be a better choice.

The analysis starts with a Z Smith Chart looking into R_1 only with no other components present. As $R_1 = 50 \Omega$ is the same as the system impedance, this is represented by a point at the centre of the Smith Chart. The first transformation is OP_1 along the line of constant normalized resistance in this case the addition of a normalized reactance of $-j0.80$, corresponding to a series capacitor of 40 pF. Points with suffix P are in the Z plane and points with suffix Q are in the Y plane. Therefore transformations P_1 to Q_1 and P_3 to Q_3 are from the Z Smith Chart to the Y Smith Chart and transformation Q_2 to P_2 is from the Y Smith Chart to the Z Smith Chart. The following table shows the steps taken to work through the remaining components and transformations, returning eventually back to the centre of the Smith Chart and a perfect 50 ohm match.

Smith Chart steps for analysing a lumped element circuit

Transformation	Plane	x or y Normalized Value	Capacitance/Inductance	Formula to Solve	Result
$O \rightarrow P_1$	Z	$-j0.80$	Capacitance (Series)	$-j0.80 = \frac{-j}{\omega C_1 Z_0}$	$C_1 = 40 \text{ pF}$
$Q_1 \rightarrow Q_2$	Y	$-j1.49$	Inductance (Shunt)	$-j1.49 = \frac{-j}{\omega L_1 Y_0}$	$L_1 = 53 \text{ nH}$
$P_2 \rightarrow P_3$	Z	$-j0.23$	Capacitance (Series)	$-j0.23 = \frac{-j}{\omega C_2 Z_0}$	$C_2 = 138 \text{ pF}$
$Q_3 \rightarrow O$	Y	$+j1.14$	Capacitance (Shunt)	$+j1.14 = \frac{j\omega C_3}{Y_0}$	$C_3 = 36 \text{ pF}$



References

- [^] Smith, P. H.; Transmission Line Calculator; Electronics, Vol. 12, No. 1, pp 29-31, January 1939
- [^] Smith, P. H.; An Improved Transmission Line Calculator; Electronics, Vol. 17, No. 1, p 130, January 1944
- [^] Ramo, Whinnery and Van Duzer (1965); "Fields and Waves in Communications Electronics"; John Wiley & Sons; pp 35-39. ISBN
- [^] Pozar, David M. (2005); *Microwave Engineering, Third Edition* (Intl. Ed.); John Wiley & Sons, Inc.; pp 64-71. ISBN 0-471-44878-8.
- [^] Gonzalez, Guillermo (1997); *Microwave Transistor Amplifiers Analysis and Design, Second Edition*; Prentice Hall NJ; pp 93-103. ISBN 0-13-254335-4.
- [^] Gonzalez, Guillermo (1997) (op. cit); pp 98-101
- [^] Gonzalez, Guillermo (1997) (op. cit); p 97
- [^] Hayt, William H Jr.; "Engineering Electromagnetics" Fourth Ed; McGraw-Hill International Book Company; pp 428 433. ISBN 0-07-027395-2.
- [^] Davidson, C. W.; "Transmission Lines for Communications with CAD Programs"; Macmillan; pp 80-85. ISBN 0-333-47398-1

- P.H.Smith 1969 *Electronic Applications of the Smith Chart*. Kay Electric Company

External links

- A Collection of Smith Chart Resources Tutorials, graphics and other info on Smith Chart
- linSmith Smith charting program for Linux.
- Smith Chart Print free Smith Charts from your computer.
- Black Magic Smith Chart - Vector-graphic (infinitely scalable) Smith Chart for practical use.
- The Java Smith-Chart-Tool - A free Java-Tool to paint s-parameters in a Smith-Chart.

- Smith Chart Applet - a Java applet that simulates operations on a Smith chart
- Stub Matching Applet - Java applet that simulates stub matching on a Smith chart
- Smith Excel Graph plots reflection coefficient data in real and imaginary formats on a customizable Smith Chart (Microsoft Excel Spreadsheet 53K)
- PostScript functions Functions to plot dots, lines, gamma circle, constant real and imaginary path in PostScript format to make vectorial images.
- An online educational interactive Smith chart. A choice of impedance and admittance charts with a chart marker.
- A MATLAB m file to generate a standard color smith chart.
- QuickSmith - a rapid and efficient Smith Chart matching tool
- Printfreegraphpaper.com Print free Smith Chart Graph Paper.
- (Italian)Smith Chart demo 1.0 Interactive Smith Chart using Canvas

Retrieved from "http://en.wikipedia.org/wiki/Smith_chart"

Categories: Electrical engineering | Charts

- This page was last modified on 14 September 2008, at 18:36.
- All text is available under the terms of the GNU Free Documentation License. (See **Copyrights** for details.)
Wikipedia® is a registered trademark of the Wikimedia Foundation, Inc., a U.S. registered 501(c)(3) tax-deductible nonprofit charity.