

## 수치해석

### 2007년 시행 행정고등고시(기술직) 제2차시험

응시번호 :

성명 :

제 1 문. 구간  $0 \leq x \leq 1$ 에서 정의된 미분방정식  $\frac{dy}{dx} = y$ ,  $y(0) = 1$ 을 Euler 방법에

의해 풀고자 한다.

(총 10점)

- 1) Euler 공식과 오차식을 유도하시오. (5점)
- 2) 위 Euler 공식을 이용하여  $y(0.25)$ ,  $y(0.5)$ 를 구하시오. 단, 주어진 구간을 4등분하여 푸시오. 그리고,  $y(0.5)$ 의 참값과 Euler 방법에 의한 근사값의 오차를 구하시오. (5점)

제 2 문. 다음의 행렬  $A$ 에 대하여 물음에 답하시오.

(총 10점)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 4 & 18 & 26 \\ 3 & 16 & 30 \end{bmatrix}$$

- 1) 행렬  $A$ 의  $LU$ 분해를 구하시오. (5점)
- 2) 정칙행렬(nonsingular matrix)  $A$ 의 역행렬  $A^{-1}$ 를 구하는 데 위의  $LU$ 분해를 이용하는 방법을 설명하시오. (5점)

제 3 문.  $n = 2$ 일 때의 Gauss 구적법을 이용하여 다음 정적분의 근사값을 구하고자 한다.

(총 10점)

$$I = \int_1^2 x^4 dx$$

- 1) 함수  $f(x)$ 가 3차 이하의 다항식일 때,  
근사적분공식  $\int_{-1}^1 f(x)dx \approx w_1 f(x_1) + w_2 f(x_2)$ 의 오차가 0이 되도록  $w_1$ ,  $w_2$ ,  
 $x_1$ ,  $x_2$ 를 결정하시오. (5점)
- 2)  $I$ 의 근사값을 위의 Gauss 구적법을 이용하여 구하시오. (5점)

제 4 문. 행렬방정식  $Az=b$ 가 있다. 여기서  $A$ 는  $m \times n (m > n)$  행렬이고  $rank(A)=n$ 이다. (총 10점)

- 위 행렬방정식의 최소자승해를 구하는 것은  $A^T Az=A^T b$  (정규방정식)을 푸는 것임을 보이시오. (5점)
- 다음의 실험 데이터는 연속이고 미분가능한 함수로부터 얻어진 것으로 실험 오차가 있을 수 있다. 이 실험 데이터를 근사시키는 1차 다항식  $p(x)=a_0+a_1x$ 를 최소자승법으로 구하고자 한다.

$x$	1	2	3
$f(x)$	0	3	5

행렬방정식  $Az=b$ 를 구한 후 해  $z$ 를 구하시오. (5점)

제 5 문. 초기치  $u^{(0)} = \begin{bmatrix} x^{(0)} \\ y^{(0)} \\ z^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ 를 가지고 다음 선형방정식

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

을 Jacobi 반복법  $u^{(k)} = Tu^{(k-1)} + c, k = 1, 2, \dots$ 로 풀려고

할 때, 다음 물음에 답하시오. (총 10점)

- 행렬  $T$ 와 벡터  $c$ 를 구하시오. (5점)
- 이 경우 Jacobi 반복법은 수렴하는가 혹은 발산하는가? 그 이유를 행렬  $T$ 의 특성을 이용하여 설명하시오. (5점)