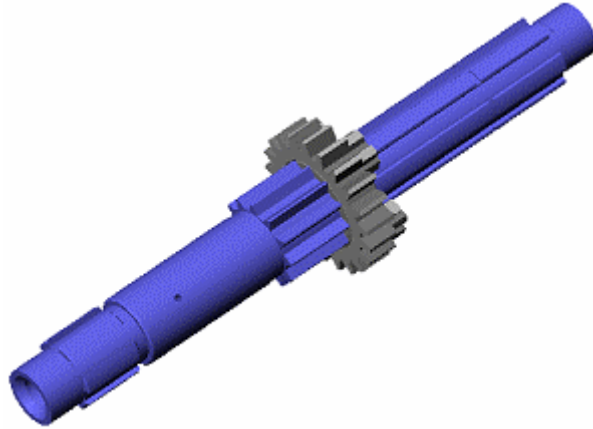


# 기계요소

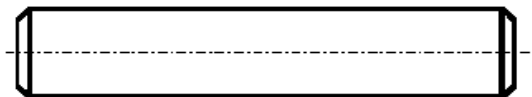
## 축

### 1. 축의 종류

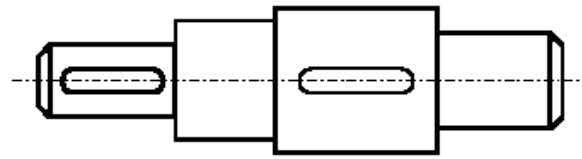
축은 모터나 전동기 등에서 발생한 **회전운동**을 전달시키는 실린더형상의 회전 기계요소로 회전력의 전달을 위해 기어, 풀리, 스프로킷, 마찰차, 차륜등과 결합되어 사용된다.



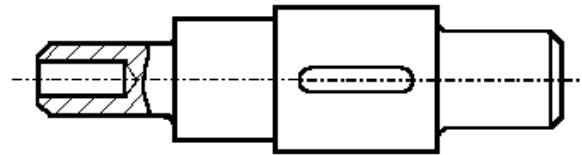
축의 형상은 단면형상에 따라 축이 비어있는 **중공축**과 축이 꽉차있는 **중실축**으로 나눈다. <그림 1>의 a), b)는 중실축, c)는 중공축이다. 또한, <그림 1>의 a), b), c)와 같이 축 선에 대하여 대칭인 축과 d)와 같이 축의 회전중심이 일치하지 않는 축으로도 분류할 수 있다.



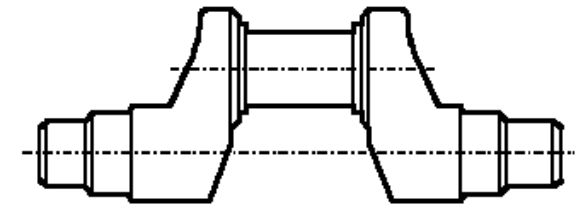
a)



b)



c)



d)

<그림 1>

축 재료로 가장 많이 사용되는 재료는 탄소강과 합금강이지만 고하중 하에서 작동하는 축은 티타늄 합금으로 제조되기도 한다.

축의 재료를 선정하고 열처리(heat treatment) 방법을 선택하는 것은 축에 요구된 기계적 성질에 따라 다르나, 일반적으로 축 표면은 연삭(Grinding)으로 마무리되며 가끔 폴리싱 하는 경우가 있는데, 연삭할 때 직경이 변하는 영역에서도 연삭이 가능하도록 단면 부분에 홈을 만들어야 한다.

## 2. 축의 설계기준

축의 적합성을 판정하려면 다음과 같은 사항을 점검해야 하며, 경우에 따라서는 안정성과 내구성도 점검해야 한다.

축의 적합성을 판정하려면 다음과 같은 사항을 점검해야 하며, 경우에 따라서는 안정성과 내구성도 점검해야 한다.

가. 정적 강도(static strength)

나. 피로 강도(fatigue strength)

다. 강성(stiffness)

라. 고유진동수(natural frequency)

축은 회전요소로서 **토크**를 전달하기 때문에 항상 **동적 반복**하중이 작용한다. 따라서, 축의 파괴의 대부분은 정적파괴 이외에 **피로 파괴**하는 경향을 보이고 있다. 응력집중을 피하기 위해 기하학적 인자 설정에 각별한 주의를 기울여야 한다.

축을 설계 할 때 가급적 단의 수를 줄이고 단 사이의 날카로운 각을 피할 수 있도록 설계해야 하며, 그렇지 않으면 단 부분에 응력집중이 발생하여 결국 피로강도가 감소한다.

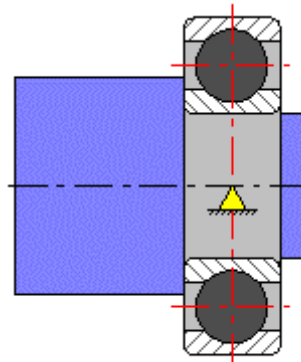
축의 각 부분에서의 국부응력을 감소시키려면 계단부분에 둥근 모양의 윤곽을 형성하여 부드러운 면이 되도록 해야 한다.

### 3. 정적강도를 고려한 축 설계

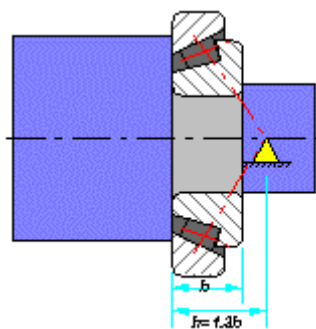
축에 부착된 기계요소는 집중하중, 분포하중 및 축을 변형시키고 내부응력의 원인이 되는 굽힘 모멘트와 비틀림 모멘트가 작용한다. 이것은 반력과 모멘트로 구성된 시스템으로 대치할 수 있으므로, 이러한 시스템으로 구성된 모델을 설정하여 정적 해석을 수행한다.

축은 일반적으로 베어링에 의해 지지되며, 축에 작용하는 하중(집중하중, 분포하중), 굽힘모멘트와 비틀림 모멘트는 축선에 작용해야 하므로, 하중은 역학적인 방법으로 실제 응력이 작용하는 점을 축 선에 있는 점으로 이동해야 한다.

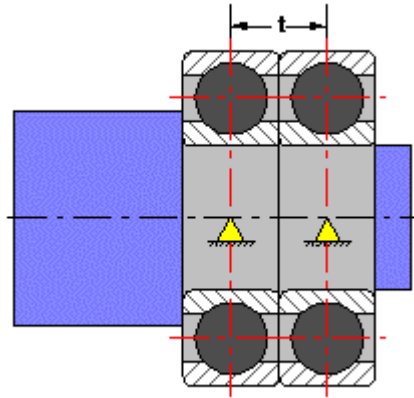
베어링의 반력은 아래 그림 (a)-(c)와 같이 회전체(rolling body)와 궤도륜(raceway)의 접점에 수직인 직선과 축 선의 교차점에 집중력이 작용하는 것으로 표현하였다.



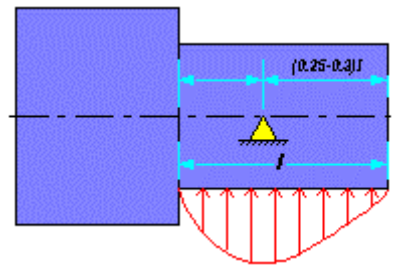
a)



b)



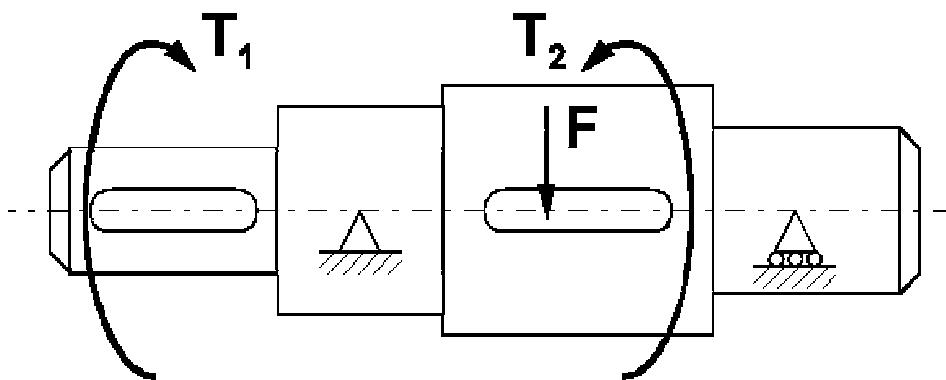
c)



d)

베어링으로부터 축에 작용하는 반력이 그림(d)와 같이 일정한 규칙에 따라 축 저널에 분포되었다면 결과력(Resultant force)이 적용하는 점이 반력의 작용점이 된다.

아래 그림은 임의의 하중을 받고 있는 축의 모델을 나타낸 것이다.



일반적으로 축에 작용하는 외력은 동일한 평면에 위치하지 않으므로, 이들은 두 축이 상호 직교하는 축에 투영한 것으로 기술해야 한다.

각각 상호 수직인 평면에 대하여 계산한 후, 각 성분을 합하면 최종 결과를 얻을 수 있다.

외력은 축 단면에 수직응력과 전단응력을 유발하는데, 수직응력은 굽힘에 의해 발생하고, 접선응력은 비틀림 모멘트와 전단력에 의해서 발생한다. 전단력은 법선응력에 비하여 작으므로 무시할 수 있다.

축의 정적강도를 계산하려면 굽힘 모멘트(M)과 비틀림 모멘트(T)의 분포를 알아야 하므로, 굽힘모멘트  $M=M(z)$ 와 비틀림 모멘트  $T=T(z)$  선도를 작성해야 한다.

모멘트 선도를 이용하면 내부구멍이 없고 단면의 직경이  $d_z$ 인 축에 대한 응력선도를 쉽게 구할 수 있으며, 응력선도를 구하면 상당응력을 구할 수 있다 .

$$\sigma_z = \frac{32M(z)}{\pi d_z^3} \quad (3.1)$$

$$\tau_z = \frac{T(z)}{W_p} = \frac{16T(z)}{\pi d_z^3}$$

법선응력과 전단응력은 축 단면에 작용하는 최대 값으로 간주하였으며, 최대전단응력설에 의한 상당응력은 다음과 같다.

$$\sigma_{ez} = \sqrt{\sigma_z^2 + 4\tau_z^2} \quad (3.2)$$

정적 강도해석은 최악의 경우에 대한 안전율을 결정하기 위한 것으로, 먼저 상당응력 분포를 결정한 다음과 같이 이중에서 최대값을 선택한다.

$$\sigma_{e \max} = \max \{ \sigma_{e1}, \sigma_{e2}, \dots, \sigma_{en} \} \quad (3.3)$$

최대 하중이 결정되면 다음과 같이 항복강도에 대한 안전율을 구할 수 있다.

$$n_r = \frac{\sigma_r}{\sigma_{e \max}} \quad (3.4)$$

$\sigma_r$  은 축 재료의 항복응력으로 정적강도 안전율은  $n_{ry} \geq 1.3 \sim 1.5$  범위에 있어야 한다.

#### 4. 피로강도를 고려한 축 설계

축이 회전하기 때문에 하중이 반복하여 조화함수의 형태로 작용한다. 따라서, 응력과 시간에 대한 관계가 사인법칙에 의하여 기술 될 수 있으며 축이 회전하는 동안 각 1/2 회전구간에서 응력부호가 바뀐다.

위에서 살펴본 바와 같이 축의 경우 회전하면서 반복하중을 받으므로, 축의 피로의 대부분은 피로파괴하는 경향을 보인다.

피로파괴에 대한 안전율은 다음과 같다.

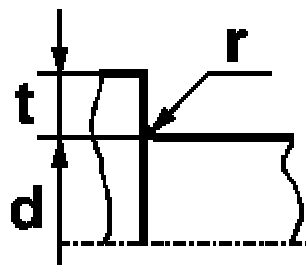
$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma d} \sigma_{am} + \sigma_m \varphi_\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_e}$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau d} \tau_{am} + \tau_m \varphi_\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_e} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned}
 K_{\sigma d} &= \frac{K_{\sigma}}{\beta_{m\sigma}} + \frac{1}{\beta_{s\sigma}} - 1 \\
 K_{\tau d} &= \frac{K_{\tau}}{\beta_{m\tau}} + \frac{1}{\beta_{s\tau}} - 1
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

피로를 고려한 축 설계는  $\sigma_{am} = \sigma_z$ ,  $\sigma_m = 0$ ,  $\tau_{am} = \tau_m = \tau/2$  이라는 가정 하에 수행한다.

전단응력  $\tau_{am}$  과  $\tau_m$  을 위와 같은 값을 사용한 이유는 비틀림의 유무에 대하여 가능한 두 가지 응력상태가 존재하기 때문이며 이러한 응력은  $0 \sim \tau_z$  범위에 있다.



식 (3.3)에서 유효 응력 집중계수를 피로강도와 국부응력의 영향에 대하여 고찰하면, 국부응력은 축의 형상이 변화하는 국소 체적 내부에서 응력이 급격히 변화하는데, 이러한 변화는 급격한 형상변화에 의해 발생한다.

<표3.1> 라운드형 단달림축의 유효 응력집중 계수

| r | r/d  | $K_{\sigma}$ for $\sigma_b$ , MP |     |      |      | $K_{\tau}$ for $\sigma_b$ , MP |      |     |      |
|---|------|----------------------------------|-----|------|------|--------------------------------|------|-----|------|
|   |      | 500                              | 700 | 900  | 1200 | 500                            | 700  | 900 | 1200 |
| 1 | 0.01 | 1.35                             | 1.4 | 1.45 | 1.5  | 1.3                            | 1.3  | 1.3 | 1.3  |
|   | 0.02 | 1.45                             | 1.5 | 1.55 | 1.6  | 1.35                           | 1.35 | 1.4 | 1.4  |



|   |           |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|   | 0.0<br>3  | 1.65 | 1.7  | 1.8  | 1.9  | 1.4  | 1.45 | 1.45 | 1.5  |
|   | 0.0<br>5  | 1.6  | 1.7  | 1.8  | 1.95 | 1.45 | 1.45 | 1.5  | 1.55 |
|   | 0.0<br>10 | 1.45 | 1.55 | 1.65 | 1.85 | 1.4  | 1.4  | 1.45 | 1.5  |
| 2 | 0.0<br>1  | 1.55 | 1.6  | 1.65 | 1.7  | 1.4  | 1.4  | 1.45 | 1.45 |
|   | 0.0<br>2  | 1.8  | 1.9  | 2.0  | 2.15 | 1.55 | 1.6  | 1.65 | 1.7  |
|   | 0.0<br>3  | 1.8  | 1.95 | 2.05 | 2.25 | 1.55 | 1.6  | 1.65 | 1.7  |
|   | 0.0<br>5  | 1.75 | 1.9  | 2.0  | 2.2  | 1.55 | 1.6  | 1.65 | 1.75 |
| 3 | 0.0<br>1  | 1.9  | 2.0  | 2.1  | 2.2  | 1.55 | 1.6  | 1.65 | 1.75 |
|   | 0.0<br>2  | 1.95 | 2.1  | 2.2  | 2.4  | 1.6  | 1.7  | 1.75 | 1.85 |
|   | 0.0<br>3  | 1.95 | 2.1  | 2.25 | 2.45 | 1.65 | 1.7  | 1.75 | 1.9  |
| 5 | 0.0<br>1  | 2.1  | 2.25 | 2.35 | 2.50 | 2.2  | 2.3  | 2.4  | 2.6  |
|   | 0.0<br>2  | 2.15 | 2.3  | 2.45 | 2.65 | 2.1  | 2.15 | 2.25 | 2.4  |

<표3.2> 굽힘과 비틀림을 받는 축의 유효 응력집중 계수

| $\sigma_b, M$<br>P | 스플라인       |               | 키 홈             |          | 나사         |          | 측면 구멍            |          |
|--------------------|------------|---------------|-----------------|----------|------------|----------|------------------|----------|
|                    | $K_\sigma$ | $K_\tau^*$    | $K_\sigma^{**}$ | $K_\tau$ | $K_\sigma$ | $K_\tau$ | $K_\sigma^{***}$ | $K_\tau$ |
| 600                | 1.55       | 2.36/<br>1.46 | 1.46/<br>1.76   | 1.54     | 1.96       | 1.54     | 2.05/<br>1.85    | 1.80     |
| 800                | 1.65       | 2.55/<br>1.58 | 1.62/<br>2.01   | 1.88     | 2.20       | 1.71     | 2.10/<br>1.90    | 1.95     |

|          |      |               |               |      |      |      |               |      |
|----------|------|---------------|---------------|------|------|------|---------------|------|
| 100<br>0 | 1.72 | 2.70/<br>1.58 | 1.77/<br>2.26 | 2.22 | 2.61 | 2.22 | 2.20/<br>2.00 | 1.90 |
| 120<br>0 | 1.75 | 2.80/<br>1.60 | 1.92/<br>2.50 | 2.39 | 2.90 | 2.39 | 2.30/<br>2.10 | 2.00 |

축이 회전하기 때문에 하중이 반복하여 조화함수의 형태로 작용한다. 따라서, 응력과 시간에 대한 관계가 사인법칙에 의하여 기술 될 수 있으며 축이 회전하는 동안 각 1/2 회전구간에서 응력부호가 바뀐다.

위에서 살펴본 바와 같이 축의 경우 회전하면서 반복하중을 받으므로, 축의 피로의 대부분은 피로파괴하는 경향을 보인다.

피로파괴에 대한 안전율은 다음과 같다.

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma d} \sigma_{am} + \sigma_m \varphi_{\sigma}} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_e}$$

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau d} \tau_{am} + \tau_m \varphi_{\tau}} = \frac{\tau_{-1}}{\tau_e}$$

(3.  
5)

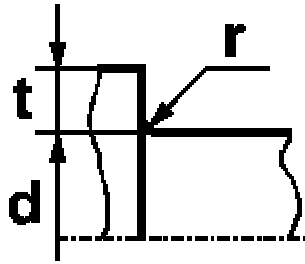
$$K_{\sigma d} = \frac{K_{\sigma}}{\beta_{m\sigma}} + \frac{1}{\beta_{s\sigma}} - 1$$

$$K_{\tau d} = \frac{K_{\tau}}{\beta_{m\tau}} + \frac{1}{\beta_{s\tau}} - 1$$

(3.  
6)

피로를 고려한 축 설계는  $\sigma_{am} = \sigma_z$ ,  $\sigma_m = 0$ ,  
 $\tau_{am} = \tau_m = \tau/2$  이라는 가정 하에 수행한다.

전단응력  $\tau_{am}$  과  $\tau_m$  을 위와 같은 값을 사용한 이유는  
 비틀림의 유무에 대하여 가능한 두 가지 응력상태가 존재하기  
 때문이며 이러한 응력은  $0 \sim \tau_z$  범위에 있다.



식 (3.3)에서 유효 응력 집중계수를 피로강도와 국부응력의 영향에  
 대하여 고찰하면, 국부응력은 축의 형상이 변화하는 국소 체적  
 내부에서 응력이 급격히 변화하는데, 이러한 변화는 급격한  
 형상변화에 의해 발생한다.

<표3.1> 라운드형 단달림축의 유효 응력집중 계수

| t/r | r/d  | $K_\sigma$ for $\sigma_b$ , MP |      |      |      | $K_\tau$ for $\sigma_b$ , MP |      |      |      |
|-----|------|--------------------------------|------|------|------|------------------------------|------|------|------|
|     |      | 500                            | 700  | 900  | 1200 | 500                          | 700  | 900  | 1200 |
|     |      |                                |      |      | 1200 |                              |      |      |      |
| 1   | 0.01 | 1.35                           | 1.4  | 1.45 | 1.5  | 1.3                          | 1.3  | 1.3  | 1.3  |
|     | 0.02 | 1.45                           | 1.5  | 1.55 | 1.6  | 1.35                         | 1.35 | 1.4  | 1.4  |
|     | 0.03 | 1.65                           | 1.7  | 1.8  | 1.9  | 1.4                          | 1.45 | 1.45 | 1.5  |
|     | 0.05 | 1.6                            | 1.7  | 1.8  | 1.95 | 1.45                         | 1.45 | 1.5  | 1.55 |
|     | 0.10 | 1.45                           | 1.55 | 1.65 | 1.85 | 1.4                          | 1.4  | 1.45 | 1.5  |
| 2   | 0.01 | 1.55                           | 1.6  | 1.65 | 1.7  | 1.4                          | 1.4  | 1.45 | 1.45 |

|   |          |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|   | 0.0<br>2 | 1.8  | 1.9  | 2.0  | 2.15 | 1.55 | 1.6  | 1.65 | 1.7  |
|   | 0.0<br>3 | 1.8  | 1.95 | 2.05 | 2.25 | 1.55 | 1.6  | 1.65 | 1.7  |
|   | 0.0<br>5 | 1.75 | 1.9  | 2.0  | 2.2  | 1.55 | 1.6  | 1.65 | 1.75 |
| 3 | 0.0<br>1 | 1.9  | 2.0  | 2.1  | 2.2  | 1.55 | 1.6  | 1.65 | 1.75 |
|   | 0.0<br>2 | 1.95 | 2.1  | 2.2  | 2.4  | 1.6  | 1.7  | 1.75 | 1.85 |
|   | 0.0<br>3 | 1.95 | 2.1  | 2.25 | 2.45 | 1.65 | 1.7  | 1.75 | 1.9  |
| 5 | 0.0<br>1 | 2.1  | 2.25 | 2.35 | 2.50 | 2.2  | 2.3  | 2.4  | 2.6  |
|   | 0.0<br>2 | 2.15 | 2.3  | 2.45 | 2.65 | 2.1  | 2.15 | 2.25 | 2.4  |

<표3.2> 굽힘과 비틀림을 받는 축의 유효 응력집중 계수

| $\sigma_b, M$<br>P | 스플라인       |               | 키 홈             |          | 나사         |          | 측면 구멍            |          |
|--------------------|------------|---------------|-----------------|----------|------------|----------|------------------|----------|
|                    | $K_\sigma$ | $K_\tau^*$    | $K_\sigma^{**}$ | $K_\tau$ | $K_\sigma$ | $K_\tau$ | $K_\sigma^{***}$ | $K_\tau$ |
| 600                | 1.55       | 2.36/<br>1.46 | 1.46/<br>1.76   | 1.54     | 1.96       | 1.54     | 2.05/<br>1.85    | 1.80     |
| 800                | 1.65       | 2.55/<br>1.58 | 1.62/<br>2.01   | 1.88     | 2.20       | 1.71     | 2.10/<br>1.90    | 1.95     |
| 100<br>0           | 1.72       | 2.70/<br>1.58 | 1.77/<br>2.26   | 2.22     | 2.61       | 2.22     | 2.20/<br>2.00    | 1.90     |
| 120<br>0           | 1.75       | 2.80/<br>1.60 | 1.92/<br>2.50   | 2.39     | 2.90       | 2.39     | 2.30/<br>2.10    | 2.00     |

\* 분자는 straightside spline축에 대한 값이고 분모는 evolute spline에 대한

값이다.

\* \* 분자는 엔드밀 커터로, 분모는 디스크 커터로 가공된 홈에 대한 값이다.

\* \* \* 분자는 구멍의 직경이  $\alpha = (0.05 \sim 0.25)d$  인 축에 대한 값이다.

치수효과계수  $\beta_{m\sigma}$  와  $\beta_{m\tau}$  는 경험식으로 계산한다.

$$\beta_{m\sigma} = 0.5 \left[ 1 + \left( \frac{d}{7.5} \right)^{-2\nu_\sigma} \right],$$

$$\beta_{m\tau} = 0.5 \left[ 1 + \left( \frac{d}{7.5} \right)^{-2\nu_\tau} \right] \quad (3.7)$$

$$\nu_\tau = 0.19 - 0.000125\sigma_b, \quad \nu_\tau = 1.5\nu_\sigma \quad (3.8)$$

피로안전계수는 다음과 같이 구한다.

$$\frac{1}{n^2} = \frac{1}{n_\sigma^2} - \frac{1}{n_\tau^2}$$

계산된 피로강도  $n$  이  $1.5 \leq n \leq 2.5$  이면 피로강도는 충분하다고 간주한다.

## 5. 강성을 고려한 축 설계

강성을 만족하지 못하면 축과 연결되어있는 기어, 변속기, 베어링, 스프라인, 커플링 등과 같은 물체의 운동에 원하지 않는 영향을 미칠 수 있다.

축의 강성에 영향을 미치는 주요 인자는 변위, 단면의 기울기각과 비틀림 각, 축의 변형에 의한 원인 등이 있으며, 강성은 변형특성에 따라 전단강성과 비틀림 강성으로 분류한다.

축 단면의 허용 탄성변위(휨과 비틀림 각)는 축을 제조할 때 요구된 실제 요구조건과 작업방법에 따라 다르므로, 이러한 문제에 대한 공통적인 접근방법은 바람직하지 않으며, 다양한 유형의 베어링이 장착된 영역에서 축 단면의 허용 비틀림 각은 <표 3.3>과 같다.

<표 3.3> 축 단면의 허용 회전각도

| 베어링 유형       | 허용 단면 회전각 |
|--------------|-----------|
| 롤링 컨택트 베어링   |           |
| 단열 볼 베어링     | 0.0050    |
| 자동 조심형 볼 베어링 | 0.0500    |
| 원통 롤러 베어링    | 0.0025    |
| 원추 롤러 베어링    | 0.0016    |
| 미끄럼 베어링      | 0.0010    |

응력 집중을 감소시키기 위한 실험적 연구에 의하면, 기어가 부착되어 있는 축의 최대 굽힘량은 축의 지점간 거리의 0.0002~0.0003 를 초과하지 않아야 하고, 원통형 기어의 허용 처짐량은 0.01m 이하, 구형 베벨기어와 하이퍼기어의 허용 굽힘량은 0.01m 이 되어야 한다.

정밀한 해는 축과 짝을 이루고 있는 물체를 고려해야 하므로 위에서 기술한 추천사항 들은 단지 대략적인 추정에만 사용될 수 있다.

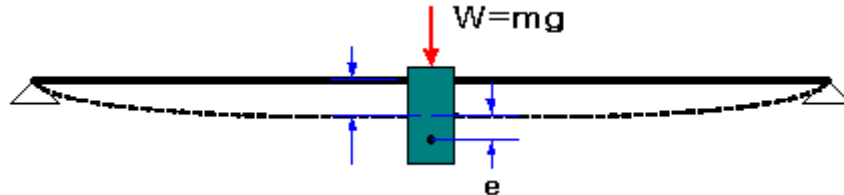
일반적으로 축의 비틀림 강성은 그다지 중요하지 않으므로, 축의 비틀림 각은 축 길이 1m 당 1/4 도(degree)를 초과하지 않아야 한다는 공통적인 권장사항을 적용하고 있다.

만약 축의 강성에 이것 이외의 다른 제한사항이 부과되면 이를 특별히 명기해야 한다.

강성계산은 축 방향 변위계산을 포함하고 있으며, 이러한 경우 축은 가변 단면을 가진 보(beam)로 취급되며, 이것은 2.6 절에 기술한 힘에 대한 방법을 이용하여 계산할 수 있다.

## 6. 동적특성(natural frequency)를 고려한 축 설계

### [1] 진동에 의한 위험회전수



하중이  $W$  인 회전체가 축의 가운데 매달려 있을 경우 회전체  $W$  의 중심과 축의 중심이  $e$  만큼 편심되어 있다면 다음 식이 성립한다.

$$\text{스프링 상수 : } k = \frac{W}{\delta}$$

윗 그림의 운동방정식은  $k\delta = m(\delta + e)\omega^2$  이 된다. 이때  $\delta$  에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\delta = \frac{mew^2}{k - m\omega^2}$$

이 처짐량이 무한 대가 되면 축은 파괴될 것이다. 즉, 분모가 0 이 되는 순간이 축이 파괴되는 것이다.

$$k - m\omega^2 = 0$$

이때 각속도( $\omega$ )를 구하여 보자.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

스프링 상수,  $k = \frac{W}{\delta}$  와 질량,  $m = \frac{W}{g}$  을 대입하고 정리하면,

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\delta}}$$

즉, 고유진동수로 회전하면 공진하기 때문에 위험하다.

여러 개의 회전체를 갖고 있는 경우의 위험속도에 대해서 다음과 같은 실험식을 활용한다.

$$\frac{1}{N_C^2} = \frac{1}{N_0^2} + \frac{1}{N_1^2} + \frac{1}{N_2^2} + \dots$$

## [2] 위험속도를 구하기 위한 하중점의 처짐량( $\delta$ ) 계산

집중하중이 축의 특정위치( $l_1$ )에 작용하는 경우 그 하중 점에서의 처짐량( $\delta$ )은 다음과 같다.

$$\delta = \frac{P(l_1^2 + l_2^2)}{3EI(l_1 + l_2)}$$

만일 하중(P)가 가운데 작용할 경우의 처짐량은  $l_1$ 과  $l_2$ 가 같으므로 다음과 같다.



$$\delta = \frac{Fl^3}{48EI}$$

분포하중이 작용할 경우에 처짐량은 다음과 같다.

$$\delta = \frac{5\omega l^4}{384EI}$$