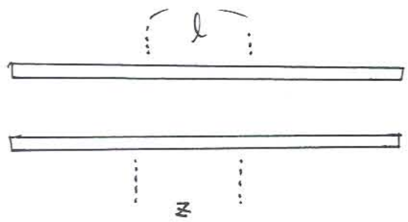
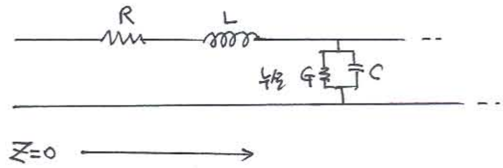
⟨ 080908.(1) 080909.(2) 2주차 ⟩





미소길이 dl dz ⇒ 변화.

$$\frac{dV_{(z)}}{dz} = -Z \cdot I \qquad \frac{d^2 V_{(z)}}{dz^2} = \gamma^2 V_{(z)}$$

$$\frac{dI_{(z)}}{dz} = -Y \cdot V \qquad \frac{d^2 I_{(z)}}{dz^2} = \gamma^2 I_{(z)}$$

$$V_{(z)} = V_0^{+} e^{-\gamma z} + V_0^{-} e^{+\gamma z}$$

$$I_{(z)} = I_0^{+} e^{-\gamma z} + I_0^{-} e^{+\gamma z}$$

$$= \frac{1}{Z} \left(V_0^{+} e^{-\gamma z} - V_0^{-} e^{\gamma z} \right.$$

$$\begin{cases} \frac{G}{C} = \sigma/\varepsilon \\ LC = \mu\varepsilon \end{cases}$$

$$Z_0 = \sqrt{Z/Y} = \sqrt{L/C}$$

※ $Z = R + X_L = R + j\omega L$

$Y = G + 1/X_C = G + j\omega C$

$$\left.\begin{aligned} V(z) &= V_0^+ e^{-\gamma z} \\ I(z) &= \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-\gamma z} \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

$$= \sqrt{(RG - \omega^2 LC) + j\omega(RC + GL)}$$

$$= \alpha + j\beta$$

식 (8) 에 $\gamma = \alpha + j\beta$ 을 대입.

$$V(z) = V_0^+ e^{-(\alpha + j\beta)z} = V_0^+ e^{\alpha z} \cdot e^{-j\beta z}$$

$$I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-(\alpha + j\beta)z} = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-\alpha z} \cdot e^{-j\beta z}$$

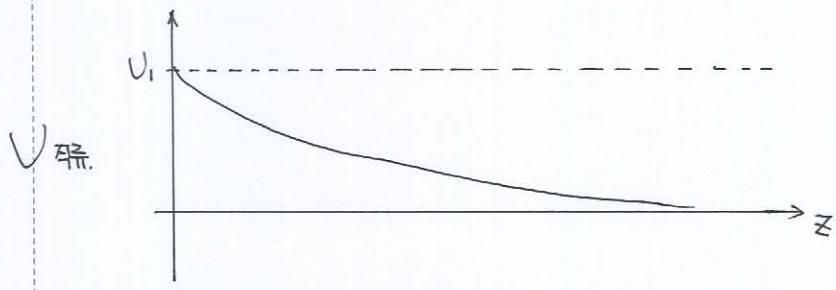
where. $z = 0$ (송신단)

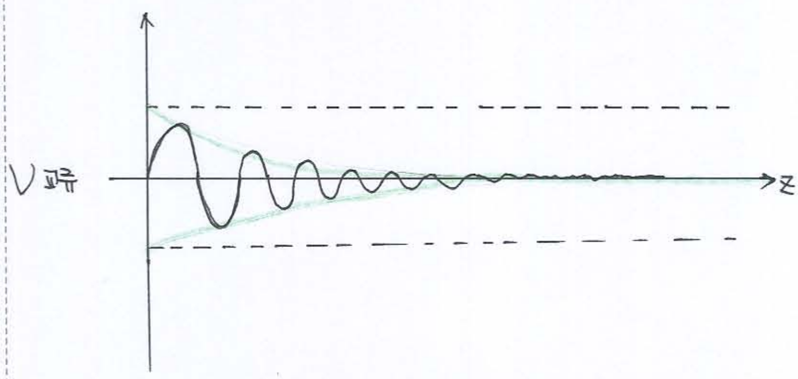
$$V(0) = V_1$$

$$I(0) = V_1 / Z_0$$

$z \rightarrow$ 증가, $e^{-\gamma z} \rightarrow$ 크기가 감소.

$\rightarrow$ 감소정도는 α에 의존.





전송선로의 전압전류 방정식 - 순시치로 다시 표현

$$V(z,t) = V_0^{+} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \phi)$$

$$+ \; V_0^{-} e^{+\alpha z} \cos(\omega t + \beta z + \phi)$$

$$I(z,t) = \frac{1}{Z_0} \left(\quad 〃 \quad \right)$$

Where, $Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{R+j\omega L / G+j\omega C}$

= Complex 이므로 전류·전압은 위상차가 존재.

Z_0 = Real part : 전류 전압은 동위상

→ 고주파용 cable ($R \ll j\omega L$, $G \ll j\omega C$)

If. $z \to \infty$ (거리) $Z_0 = V_{(z)}/I_{(z)}$

무한장 선로에서는 전행파만 존재.

= 선로상 임의의 점에서 ∞ 방향을 바라본 Impedence.

If. $z \neq \infty$ (유한장 선로) : 선로 끝단에 Z_0 와 같은 부하 Impedence가 연결. = 무한장 선로(?)

$V_0^+ e^{-\gamma z}$ $V_0^- e^{+\gamma z}$.

전행파 반사파.

* γ 와 Z_0 에 대한 특수한 경우

① 무손실 선로 ($R=0$, $G=0$)

㉠ $\gamma = \sqrt{Z \cdot Y} = \sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)}$

$= \sqrt{(RG - \omega^2 LC) + (RC + GL)j\omega}$

*

(R=0. G=0 경우)

$= j\omega\sqrt{LC} = \alpha + j\beta$

"0"

무손실 이므로 $\alpha = 0$

㉡ 위상속도 $V_p = U_p = \omega/\beta = \omega / \omega\sqrt{LC}$

$= 1/\sqrt{LC} = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$

㉢ 특성임피던스.

$Z_0 = R + jX_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ + 허수항.x

$R = \sqrt{\frac{L}{C}}$ 상수값.

※ 회로이론 쌍대성.

② 무왜곡 선로 $\left(R/L = G/C \right)$

무왜곡조건.

※ $G = RC/L$

㉠ 전파상수

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)\left(\frac{RC}{L} + j\omega C\right)}$$

정리하면

$$= \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot (R + j\omega L)$$

$$\therefore \ \alpha = R\sqrt{C/L} \qquad \beta = \omega\sqrt{LC}$$

(상수) (ω : 선형함수)

㉡ 위상속도

$$V_p = U_p = \omega/\beta = 1/\sqrt{LC} = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$$

㉢ 특성 임피던스.

$$Z_0 = R_0 + jX_0$$

$$= \sqrt{\frac{R + j\omega L}{\frac{RC}{L} + j\omega C}} = \sqrt{L/C}$$

* $R = \sqrt{\frac{L}{C}}$

Chang 책. 391p.

(예제 8 - 1)

손실과 가장자리 효과를 무시하고, 두께가 0.4 (mm) 이고, 유전상수 2.25 를 갖는 스트립 선로의 기판을 가정할 때,

(a) 스트립 선로가 50 (Ω) 의 고유저항을 갖기 위한 금속 스트립의 필요한 폭 w 를 결정하라.

(b) 선로의 L 과 C 를 결정하라.

(c) 선로의 u_p 를 결정하라.

(d) 75 (Ω) 의 고유저항에 대해 (a), (b), (c) 를 반복하라.

Ref.) chg.식 (8-43) $Z_0 = R_0 + jX_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$

(8-17) 평행판 선로. $C = \varepsilon \frac{w^{(폭)}}{d}$ [F/m]

(8-18) 평행판선로. $L = \mu \frac{d}{w}$ [H/m]

Sol)

※ $\eta_0 / \sqrt{\varepsilon_r}$

a) $w = \dfrac{d}{Z_0}\sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}} = \dfrac{0.4 \times 10^{-3}}{50} \times \sqrt{\dfrac{\mu}{\varepsilon}}$

두께.

50Ω 고유저항.

※ Cheng Appendix B

Intrinsic impedance.

η_0

$= \sim 120\pi$ or $377\ \Omega$

$= \dfrac{0.4 \times 10^{-3}}{50} \times \dfrac{377}{\sqrt{2.25}}$

$= 2 \times 10^{-3}$ (m)

b) $L = ?$ $C = ?$

$LC = \mu\varepsilon$

$L = \mu \dfrac{d}{w} = 4\pi \times 10^{-7} \times {}^{0.4}/_{2}$

$= 2.51 \times 10^{-7}$ [H/m]

* Cheng Appendix B

Permeability μ_0

$= 4\pi \times 10^{-7}$ [H/m]

permittivity ε_0

$= \sim \dfrac{1}{36\pi} \times 10^{-9}$ [F/m]

$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r\ {}^{w}/_{d} = \dfrac{10^{-9}}{36\pi} \times 2.25 \times {}^{2}/_{0.4}$

$= 99.5 \times 10^{-12}$ [F/m]

(C) $u_p = ?$

빛의 속도 ≒ 3.0×10^8 m/s

$$u_p = 1/\sqrt{LC} = 1/\sqrt{\mu\varepsilon} = c/\sqrt{\varepsilon_r}$$

$$= c/\sqrt{2.25} = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$$

(D) W는 Z_0와 역비례 하므로 $Z_0' = 75\ \Omega$.

$$w' = (Z_0/Z_0')\, w = (50/75) \times 2 = 1.33 \text{ (mm)}$$

$$L' = (w/w')\, L = (2/1.33) \times 0.251$$

$$= 0.377 \text{ [}\mu H/m\text{]}$$

$$C' = (w'/w)\, C = (1.33/2) \times 99.5 = 66.2 \text{ pF/m}$$

$$u_p' = u_p' = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$$

* 전송선로에서의 Power

- 무한장 선로에서

$$V_{(z)} = V_0^+ e^{-\gamma z} = V_0^+ e^{-(\alpha + j\beta) z}$$

$$I_{(z)} = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-\gamma z} = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-(\alpha + j\beta) z}$$

- 임의의 점 z 에서 Propagation 되는 평균전력.

$$P_{(z)} = \frac{1}{2} Re\left[V_{(z)} \cdot I^*_{(z)} \right]$$

$$= \frac{1}{2} Re\left\{ V_0^+ e^{-\alpha z - j\beta z} \cdot \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-\alpha z + j\beta z} \right\}$$

$$= \frac{1}{2} Re\left\{ \frac{V_0^{+2}}{Z_0} e^{-2\alpha z} \right\}$$

(where, $Z_0 =$ complex.
$= R_0 + jX_0$)

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{V_0^2}{|Z_0|^2} \cdot e^{-2\alpha z} \cdot Re\{Z_0\}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{V_0^2}{|Z_0|^2} \cdot R_0 \cdot e^{-2\alpha z}$$

★ Chang 책 395p

"8-15 유한 전송 선로 ~"

* 유한장 전송 선로의 전파특성.

- 전송선로의 1차 Helmholtz's Eq

$$\begin{cases} \dfrac{d^2 V(z)}{dz^2} = -Z \dfrac{dI(z)}{dz} = Z \cdot Y \cdot V(z) = \gamma^2 V(z) \\ \dfrac{d^2 I(z)}{dz^2} = -Y \dfrac{dV(z)}{dz} = Z \cdot Y \cdot I(z) = \gamma^2 I(z) \end{cases}$$

위 식의 일반해

$$\left. \begin{aligned} \therefore V(z) &= V_o^+ e^{-\gamma z} + V_o^- e^{+\gamma z} \\ I(z) &= I_o^+ e^{-\gamma z} + \frac{V_o^-}{Z_o} e^{+\gamma z} \end{aligned} \right\} ㉠$$

※ chang 395p.

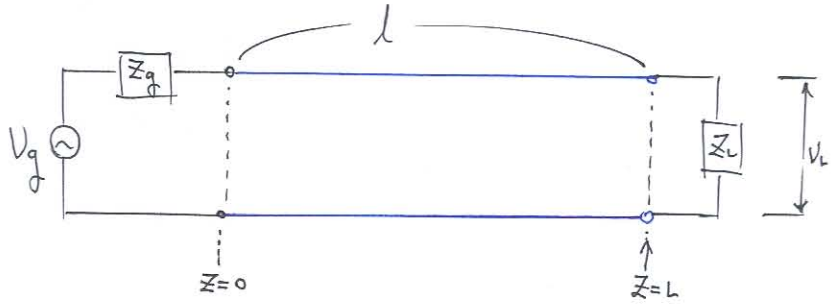
where. $V_o^+ / I_o^+ = - V_o^- / I_o^- = Z_o$

Chang 8-64식

- 특성 Imp Z_0 인 유한 전송선로의 경우

(마·파 기초. p67. 그림 3.9)

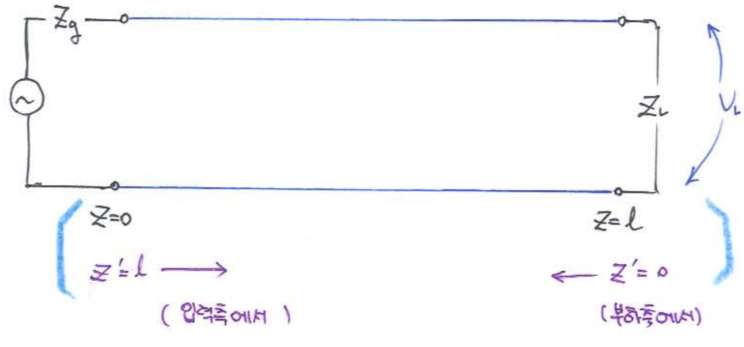
chang {그림 8-4. 부하 임피던스 Z_L로 종단된 유한 전송 선로} 참고.



$z = l$ 에서 부하 impedance.

$$\left(\frac{V}{I}\right)_{z=l} = V_L / I_L = Z_L$$

where, $Z_0 = Z_L$: 무한장 선로.



chang ★ 8-64식) $\frac{V_0^+}{I_0^+} = -\frac{V_0^-}{I_0^-} = Z_0$

전류전압 Eq 에 $z = l$ 을 대입.

chang 8-67식 ★

$$\left.\begin{aligned} V_L &= V_0^+ e^{-\gamma l} + V_0^- e^{\gamma l} \\ I_L &= \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-\gamma l} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{\gamma l} \end{aligned}\right) \ominus 식$$

V_0^+ 와 V_0^- 로 정리하면

$$\left.\begin{aligned} V_0^+ &= \frac{1}{2}(V_L + I_L Z_0)\, e^{\gamma l} \\ &= \frac{I_L}{2}(Z_L + Z_0)\, e^{\gamma l} \\ V_0^- &= \frac{1}{2}(V_L - I_L Z_0)\, e^{-\gamma l} \\ &= \frac{I_L}{2}(Z_L - Z_0)\, e^{-\gamma l} \end{aligned}\right]\ ㉢$$

식㉢ 을 식㉠ 에 대입

$$V(z) = \frac{I_L}{2}\left\{ (Z_L + Z_0)\, e^{\gamma(l-z)} + (Z_L - Z_0)\, e^{-\gamma(l-z)} \right\}$$

$$I(z) = \frac{I_L}{2Z_0}\left\{ (Z_L + Z_0)\, e^{\gamma(l-z)} + (Z_L - Z_0)\, e^{-\gamma(l-z)} \right\}$$

$$※ \boxed{\begin{cases} V(z) = V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{\gamma z} \\ I(z) = \dfrac{V_0^+}{Z_0} e^{-\gamma z} + \dfrac{V_0^-}{Z_0} e^{\gamma z} \end{cases}}$$

where, $l - z = z'$ (부하로 부터 후방에서 측정된 거리)

$$V(z') = \frac{I_L}{2}\left\{ (Z_L + Z_0)e^{\gamma z'} + (Z_L - Z_0)e^{-\gamma z'} \right\}$$

$$I(z') = \frac{I_L}{2Z_0}\left\{ (Z_L + Z_0)e^{\gamma z'} - (Z_L - Z_0)e^{-\gamma z'} \right\}$$

② 식.

쌍곡선 함수를 이용하여 간단히 정리하면,

※ $e^{\gamma z'} + e^{-\gamma z'} = 2\cosh(\gamma z')$

$e^{\gamma z'} - e^{\gamma z'} = 2\sinh(\gamma z')$

$$V(z') = I_L\left(Z_L \cdot \cosh(\gamma z') + Z_0 \cdot \sinh(\gamma z') \right)$$

$$I(z') = \frac{I_L}{Z_0}\left(Z_L \cdot \cosh(\gamma z') + Z_0 \sinh(\gamma z') \right)$$

ⓑ 식

- Z' 인 점에서 그 선로의 부하단을 바라보았을 때의

$$I_{mpe..}\left(\frac{V(z')}{I(z')} \right)$$

$$Z(z') = \frac{V(z')}{I(z')} = Z_0 \cdot \frac{Z_L \cdot \cosh(\gamma z') + Z_0 \cdot \sinh(\gamma z')}{Z_L \cdot \sinh(\gamma z') + Z_0 \cdot \cosh(\gamma z')}$$

$\cosh(\gamma z')$ 를 분모, 분자로 나누자.

chap. 8-77)식.

γ, Z_0, Z_L, z' 항으로

이루어진 임피던스 $Z(z')$

★ $$Z(z') = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma z')}{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma z')}$$

- $z' = l$ (송출단) 에서 그 선로를 바라본 발전기 (source) 측에서의

입력 Impedance.

$$Z_i = Z\Big|_{\substack{z=0 \\ z'=l}} = Z \frac{Z_L + Z_0 \cdot \tanh(\gamma l)}{Z_0 + Z_L \cdot \tanh(\gamma l)}$$

(임피던스)
$Z_L = Z_0$ 일때. 선로의 길이 l 에 무관하게 항상 일정하다.

정합조건 $Z_{in} = Z_{out}$

* 무손실 선로의 경우.

$R=0$ $G=0$ $\gamma = j\beta$ $\overset{임피}{Z_0} = R_0$ 를 대입.

$$\therefore Z_{in} = R_0 \frac{Z_L + R_0 \tanh(\beta l)}{R_0 + Z_L \tanh(\beta l)}$$