

제2장 보의 허용응력설계법에 의한 해석

핵심요약

① 개요

(1) 기본개념

- 1) 철근 콘크리트보를 탄성체로 보고 탄성이론으로 계산한 응력이 허용응력 이하가 되도록 하는 것

$$\text{즉, } \begin{cases} f_c \leq f_{ca} = 0.4f_{ck} \\ f_s \leq f_{sa} = 0.5f_y \end{cases}$$

- 2) 허용응력 설계법의 장·단점

- ① 설계 계산이 매우 간편하나, 부재의 참된 강도를 알기 어렵다.
- ② 고정하중, 활하중등 서로 다른 성질의 하중영향을 설계에 반영할 수 없다.

(2) 기본가정

- 1) 탄성이론

- ① 응력은 변형률에 비례 ($f = E \cdot \epsilon$)
- ② 평면 보존의 가정
- ③ 응력은 중립축으로부터 거리에 비례 (강도설계법과 차이점)

- 2) 응력계산에 대한 가정

- ① 변형률은 중립축으로부터 거리에 비례 (강도설계법과 동일)
- ② 탄성계수비는 정수로 본다.
- ③ 콘크리트의 인장응력은 무시 (강도설계법과 동일)

(3) 환산단면적

철근의 단면적을 균질한 콘크리트의 단면으로 변화시키는 것을 환산단면적이라 한다.

- 1) 변형조건

$$\epsilon_c = \epsilon_s' \quad , \quad \epsilon_c = \frac{f_c}{E_c} \quad , \quad \epsilon_s' = \frac{f_s'}{E_s}$$

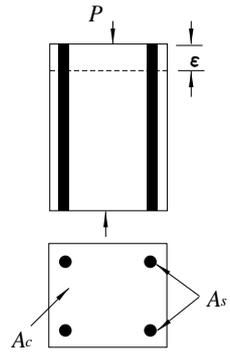
$$\therefore \frac{f_c}{E_c} = \frac{f_s'}{E_s} \Rightarrow f_s' = \frac{E_s}{E_c} \cdot f_c = n \cdot f_c$$

2) 평행조건

$$\begin{aligned}
 P &= f_c \cdot A_c + f_s' \cdot A_s' = f_c \cdot A_c + n f_c \cdot A_s' \\
 &= f_c (A_c + n A_s') = f_c [(A_g - A_s' + n A_s')] \\
 &= f_c [(A_g + (n-1) A_s')]
 \end{aligned}$$

즉, 일반적인 경우 탄성론에 의해 n 을 사용

$$\begin{cases}
 \text{환산단면적} = n \cdot A_s \\
 \text{유효환산단면적} = (n-1) A_s
 \end{cases}$$



A_g : 총단면적
 A_c : 콘크리트의 순단면적
 A_s' : 철근의 단면적
 P : 축방향 압축력, 즉 외력

만일 장기하중이라면 크리프를 고려한 반탄성론에 의해 $2n$ 을 사용

$$\begin{cases}
 \text{환산단면적} = 2n \cdot A_s \\
 \text{유효환산단면적} = (2n-1) A_s
 \end{cases}$$

2 단철근 직사각형보

(1) 해석

1) 중립축의 위치 (x)

$$\frac{b \cdot x}{2} \times x = n \cdot A_s (d-x) \quad \begin{matrix} x = k \cdot d \\ \rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \end{matrix} \quad \therefore k = -n\rho \pm \sqrt{(n\rho)^2 + 2n \cdot \rho}$$

2) 응력 (f_c, f_s)

① 내부우력모멘트

$$M = C \cdot Z = \frac{1}{2} \cdot f_c \cdot x \cdot b \cdot (j \cdot d) = \frac{1}{2} \cdot f_c \cdot x \cdot b \cdot (d - \frac{x}{3})$$

$$M = T \cdot Z = A_s \cdot f_s \cdot (j \cdot d) = A_s \cdot f_s \cdot (d - \frac{x}{3})$$

$$\therefore \begin{cases}
 f_c = \frac{2M}{x \cdot b \cdot (d - \frac{x}{3})} = \frac{2M}{k \cdot j \cdot b \cdot d^2} \\
 f_s = \frac{M}{A_s (d - \frac{x}{3})} = \frac{M}{A_s \cdot j \cdot d} = \frac{M}{\rho \cdot j \cdot b \cdot d^2}
 \end{cases}$$

② 휨공식

$$f = \frac{M}{I} \cdot y \Rightarrow \therefore f_c = \frac{M}{I_{cr}} \cdot x, \quad f_s = \frac{M}{I_{cr}} (d-x)$$

여기서, 균열환산단면 2차모멘트 $I_{cr} = \frac{b \cdot x^3}{3} + n \cdot A_s (d-x)^2$

③ 비례식 (f_c or f_s 알고 있을 때 사용가능)

$$\text{응력도 비례식에서 } f_c : \frac{f_s}{n} = x : (d-x) \Rightarrow \therefore \begin{cases} f_c = \frac{f_s}{n} \cdot \frac{x}{d-x} \\ f_s = n \cdot f_c \cdot \frac{d-x}{x} \end{cases}$$

3) 단면의 저항모멘트 (M_r)

내부우력 모멘트 식에서 콘크리트와 철근의 최대응력 허용치인 f_{ca} 와 f_{sa} 를 대입

$$M_{rc} = \frac{1}{2} f_{ca} \cdot x \cdot b \left(d - \frac{x}{3}\right), M_{rs} = A_s \cdot f_{sa} \cdot \left(d - \frac{x}{3}\right)$$

M_{rc} 와 M_{rs} 중 작은 값을 단면의 저항모멘트라 한다.

(2) 설계

M_{rc} 와 M_{rs} 값이 다르면 비경제적이므로 이 두 값을 같도록 설계하는 것이 바람직하다.

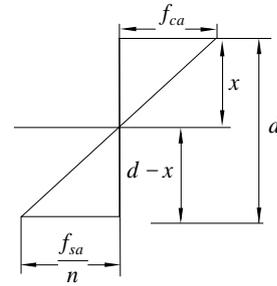
즉, f_c 와 f_s 가 동시에 그들의 허용응력인 f_{ca} 와 f_{sa} 에 도달하도록 설계하는데 이와 같은 보를 균형(평형)보라 한다.

1) 균형(평형)보의 중립축의 위치 (x_0)

그림의 응력도에서

$$x_0 = \frac{n \cdot f_{ca}}{n \cdot f_{ca} + f_{sa}} \cdot d, \quad x_0 = k_0 \cdot d \text{ 이므로}$$

$$k_0 = \frac{n \cdot f_{ca}}{n \cdot f_{ca} + f_{sa}}$$



2) 균형철근비 (ρ_0)

$$C = T \Rightarrow \frac{1}{2} f_{ca} \cdot x \cdot b = A_s \cdot f_s \quad \text{여기서, } A_s = \rho_0 \cdot b \cdot d$$

$$\therefore \rho_0 = \frac{f_{ca}}{2 \cdot f_{sa}} \cdot k_0 = \frac{f_{ca}}{2 \cdot f_{sa}} \cdot \frac{n \cdot f_{ca}}{n \cdot f_{ca} + f_{sa}}$$

3) 단면결정 (d, A_s)

폭 b 를 가정하고, 균형단면이 되도록 유효깊이 d 와 철근량 A_s 를 구한다.

$$\begin{cases} d = C_1 \sqrt{\frac{M}{b}} \\ A_s = C_2 \sqrt{M \cdot b} \end{cases}, \quad \begin{cases} C_1 = \frac{n \cdot f_{ca} + f_{sa}}{n \cdot f_{ca}} \cdot \sqrt{\frac{6n}{3f_{sa} + 2n \cdot f_{ca}}} \\ C_2 = \frac{f_{ca}}{2f_{sa}} \cdot \sqrt{\frac{6n}{3f_{sa} + 2n \cdot f_{ca}}} \end{cases}$$

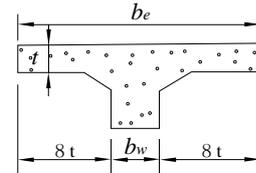
여기서, $\frac{C_2}{C_1} = \frac{f_{ca}}{2f_{sa}} \cdot k^0 = \rho^0$

③ T형 보

(1) 플랜지의 유효폭 결정 (b_e)

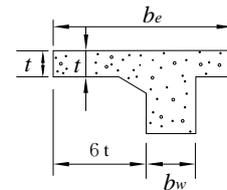
1) 대칭 T형 보

$$\left[\begin{array}{l} 16t + b_w \\ \text{양쪽슬래브의 중심간거리} \\ \text{보의 경간의 } \frac{1}{4} \end{array} \right] \text{ 중 최소값}$$



2) 비대칭 T형 보

$$\left[\begin{array}{l} 6t + b_w \\ \text{보의 경간의 } \frac{1}{12} + b_w \\ \text{인접 보와의 내측거리 } \frac{1}{2} + b_w \end{array} \right] \text{ 중 최소값}$$



(2) T형 보의 판정

- 1) 중립축의 위치 x 와 플랜지의 두께 t 를 비교
- 2) 경계면에 대하여 인장철근 환산단면적의 단면1차모멘트와 플랜지의 단면 1차모멘트를 비교한다.

즉, $(b \cdot t) \cdot \frac{t}{2} = n \cdot A_s \cdot (d - t)$

3) 판정

위 (1) 또는 (2)를 이용, 중립축의 위치를 결정하고 압축측 콘크리트 단면의 형태에 따라 판정한다.

	정모멘트 작용시 (+M)	부모멘트 작용시 (-M)
① $x \leq t$ $\frac{b \cdot f^2}{2} \geq n \cdot A_s \cdot (d - t)$	 폭 b 인 직사각형 해석	 역T형 해석
② $x > t$ $\frac{b \cdot f^2}{2} < n \cdot A_s \cdot (d - t)$	 T형 해석	 폭 b_w 인 직사각형 해석

4 단철근 T형보

(1) 해석

1) 정밀해법

복부의 압축응력을 고려하여 전압축력 C 의 크기를 정확히 구한다.

2) 근사해법 (복부의 압축응력 무시)

① 사다리꼴의 도심에 압축력 C 가 작용 즉, 전압축력 C 의 정확한 위치(도심)를 구하여 계산한다.

② 근사해법

근사적으로 압축력 C 가 플랜지의 도심 ($\frac{t}{2}$)에 있다고 본다.

즉, $u = \frac{t}{2}$ 이므로, $Z = j \cdot d = d - u = d - \frac{t}{2}$

$M = C \cdot Z = \left(\frac{f_c + f_u}{2} \cdot t \cdot b \right) \cdot \left(d - \frac{t}{2} \right)$ 에서 $f_u = \frac{x-t}{x} \cdot f_c$ 이므로

$$\therefore M = f_c \cdot b \cdot t \cdot \left(1 - \frac{t}{2x} \right) \cdot \left(d - \frac{t}{2} \right)$$

$$\therefore f_c = \frac{M \cdot x}{b \cdot t \cdot \left(x - \frac{t}{2} \right) \cdot \left(d - \frac{t}{2} \right)}$$

$$M = T \cdot Z = A_s \cdot f_s \cdot \left(d - \frac{t}{2} \right)$$

$$\therefore f_s = \frac{M}{A_s \cdot \left(d - \frac{t}{2} \right)}$$

(2) 설계

1) 철근량 결정

$$\therefore A_s = \frac{M}{f_{sa} \cdot \left(d - \frac{t}{2} \right)}$$